

## カーリングストーンの軌道解析を対象とした Particle Filter を用いたデータ同化の高速化

東京都市大学 学生会員 ○堀田 海陽 東京都市大学 学生会員 中村 朋佳  
 東京都市大学 正会員 吉田 郁政 東電設計(株) 正会員 中瀬 仁

## 1. はじめに

数値シミュレーションモデルを観測情報と整合するように更新し、予測精度の向上を図るデータ同化が広く行われている。代表的な手法として Particle Filter<sup>1) 2)</sup> (以下 PF とする) があり、これはモンテカルロシミュレーションのように多くの粒子を発生させ、それぞれについて尤度計算を行うことで事後の確率分布を近似的に表現する手法である。一般に PF は計算コストが大きい、問題によってはリアルタイムでのデータ同化による予測が求められる場合もあるため工夫が必要となる。

中村ら<sup>3)</sup>はスポーツ競技のカーリングストーンの軌道解析を対象として PF を用いたデータ同化を行った。本報告では試合中の迅速なデータ同化を想定し、ストーン停止座標の絞り込みを行うことで、1秒程度の計算時間でデータ同化を試みた結果を報告する。

## 2. PF の定式化の概要

以下に PF のアルゴリズムについて簡単に述べる。ある確率分布  $p(\mathbf{x})$  に従う  $n$  個の粒子 (サンプル) を発生させる。これを  $\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(n)}$  と記述すると  $p(\mathbf{x})$  は近似的に以下の式 (1) で表される。

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(j)}) \quad (1)$$

ここで、 $\delta$  はディラックのデルタ関数である。上添え字  $(j)$  は実現されたサンプルを表すものであり、 $\mathbf{x}^{(j)}$  は  $p(\mathbf{x})$  に従う  $j$  番目の粒子を表す。

次に観測情報により確率密度分布を更新する。観測量を  $\mathbf{z}$  とすると、ベイズ更新の式を用いて事後の確率分布  $p(\mathbf{x}|\mathbf{z})$  は式 (2) のように表される。

$$p(\mathbf{x}|\mathbf{z}) = \frac{p(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{p(\mathbf{z})} = \frac{p(\mathbf{z}|\mathbf{x})p(\mathbf{x})}{\int p(\mathbf{z}|\mathbf{x})p(\mathbf{x})d\mathbf{x}} \quad (2)$$

$p(\mathbf{z}|\mathbf{x})$  は状態量  $\mathbf{x}$  が所与のときの  $\mathbf{z}$  の確率密度を表し

ているが、逆に観測量  $\mathbf{z}$  を固定して考えると状態量  $\mathbf{x}$  に対する尤度とみることができる。サンプル値  $\mathbf{x}^{(j)}$  に対する尤度  $q^{(j)}$  を式 (3) のように定義する。

$$q^{(j)} = p(\mathbf{z}|\mathbf{x}^{(j)}) \quad (3)$$

式 (3) を式 (2) に代入し整理を行うと、事後の確率密度分布として式 (4) が得られる。

$$p(\mathbf{x}|\mathbf{z}) = \sum_{j=1}^n \left( \frac{q^{(j)}}{\sum_{i=1}^n q^{(i)}} \right) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(j)}) = \sum_{j=1}^n a^{(j)} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(j)}) \quad (4)$$

ここで、 $a^{(j)}$  は式 (4) の基準化された尤度を表す。

PF では一般に多くの計算時間を必要とするが、あらかじめサンプル実現値に対して応答計算しておけば、得られた観測情報に対して尤度計算、パラメータ同定を行うには多くの計算時間を必要としない。

## 3. カーリング軌道解析のデータ同化

本研究では個別要素法を用いてカーリングストーンを図-1のようにモデル化した。ストーン軌道解析で使用するパラメータとして摩擦に関するパラメータ 5 つ、初速度、初回転速度、 $y$  座標、射出角度のうち最後の 2 つを除いた計 7 つをデータ同化対象とした。摩擦に関するパラメータとストーンの関係性を図-2 に示す。進行方向後ろ側に  $\mu_1$ 、進行直行方向前側に  $\mu_2$ 、後側を  $\mu_3$  として 3 つの摩擦係数を設定した。 $y$  座標、射出角度は計算時間短縮化を図るため、値を 0 に固定して計算を行った。

対象とした 7 つのパラメータ、それぞれ表-1 に示す範囲で一様分布を仮定し、 $y$  座標、射出角度は 0 に固定して 10 万個の粒子を発生させ、10 万通りのストーン軌道のシナリオを作成した。観測軌道を並行移動、回転することで  $y$  座標、射出角度を 0 に変換し、10 万のシナリオと対応させ尤度計算を行った。10 万通りの計算時間は約 4 日間を要したが、任意の

キーワード データ同化, Particle filter, 個別要素法

連絡先 〒158-8557 東京都世田谷区玉堤 1-28-1 東京都市大学 都市工学科 TEL 03-5707-0104

観測情報に対する尤度計算時間は約 20 秒であった。

#### 4. データ同化の高速化

作成した 10 万のシナリオのうち、観測軌道のストーン停止位置付近の座標を絞り込むことで尤度計算時間の短縮を図った。x, y 座標それぞれ事前にソートを行い、観測軌道のストーン停止座標周辺  $r \times 100\%$  の座標を抽出し、x, y 座標共通の粒子について尤度計算を行った。図-3 に 24 ケースを対象として、抽出する比率  $r$ 、尤度最大となる軌道シナリオと観測軌道との残差二乗和の値、10 万通りのシナリオに対する尤度計算時間で基準化した計算時間との関係を示す。図-3 よりおおよそ 10%以上の座標を抽出すると、すなわち、 $r=0.1$  とすると 10 万中最大尤度のシナリオをほぼ得ることができた。例としてあるケースについて抽出を行った結果を図-4 に示す。絞り込みを行い、 $r=0.1$  の範囲で尤度計算を行った結果、0.25 秒程度まで計算時間を短縮化することができた。

#### 5. おわりに

本報告では、個別要素法を用いたカーリングストーンの軌道予測解析を対象としたデータ同化の高速化について紹介した。事前に 10 万のシナリオを用意し、観測情報付近のシナリオの抽出を行い、尤度計算を行うことで 1 秒以下の計算時間を実現した。

#### 参考文献

- 1) 樋口知之：予測にいかす統計モデリングの基礎—ベイズ統計入門から応用まで、講談社，2011。
- 2) 北川源四郎：モンテカルロ・フィルタおよび平滑化について，統計数理，Vol.44, No.1, pp.31-48, 1996。
- 3) 中村朋佳，上田弥来，吉田郁政，中瀬仁：カーリングストーンの軌道予測解析と実測データに基づくデータ同化，AI・データサイエンス論文集，Vol.2, No.J2, pp.528-538, 2021。

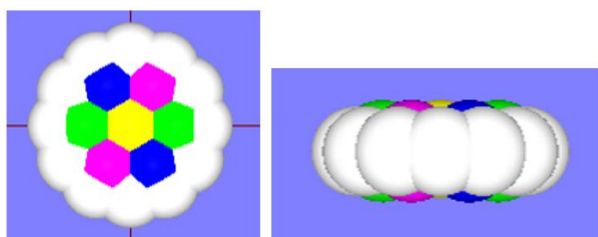


図-1 個別要素法でモデル化したストーン

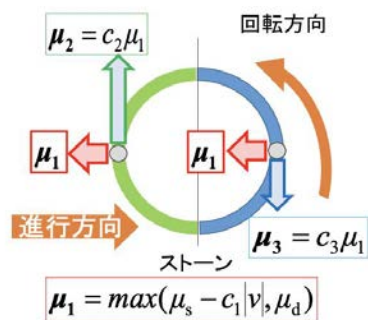


図-2 摩擦係数および 5 つのパラメータの関係

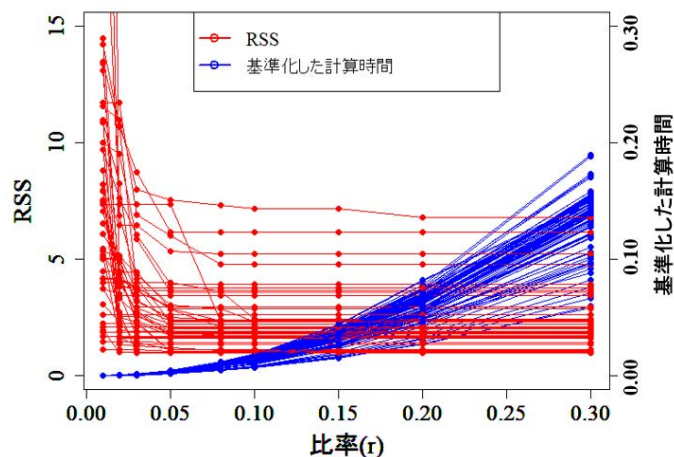


図-3 抽出する比率の違いによる RSS と計算時間の比較図

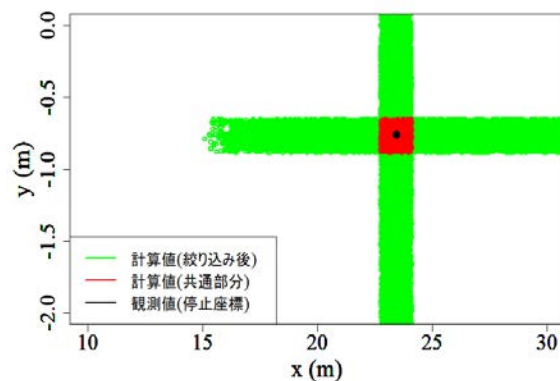


図-4 軌道シナリオの抽出を行った結果 ( $r=0.1$ )

表-1 PF で使用した各パラメータの範囲

	下限値	上限値
$\log_{10} \mu_s$	-1.8	-0.5
$\log_{10} \mu_d$	-2.2	-1.9
$\log_{10} c_1$	-0.3	0.0
$\log_{10} c_2$	-1.4	-0.3
$\log_{10} c_3$	-3.5	-1.5
$V_s$ (m/s)	1.95	2.35
初回転速度	-1.8	-1.4