

拡張 Darcy-Brinkman 式による飽和／不飽和浸透流と Navier-Stokes 流の同時解析

京都大学 正会員 ○藤澤 和謙
環境省 非会員 嶋田 侑治
京都大学 フェロー会員 村上 章

1. はじめに

水の浸透を受ける堤防等の土構造物や地盤においては、土の間隙が水で満たされた飽和領域以外に不飽和領域が存在するだけでなく、その表面に作用する波や流れ、地中空洞の存在などにより、流体のみで占められた領域（流体領域と呼ぶ）における水の流れを考慮する必要が生じる。このように、飽和／不飽和浸透流に加えて、流体領域の水の流れを同時に把握することは、水の流れを把握するだけでなく、土の安定性を考察する上で非常に有用となる。本論では、上記の三相（不飽和、飽和、流体領域）の流れを同時解析する方法を提案し、それから得られる解析結果を例示する。

2. 多孔質領域と流体領域の流れを解くための支配方程式

多孔質領域を流れる浸透流と流体領域の流れを同時に解く際に生じる主な問題は、これら二つの領域において、どのように流れ（具体的には流速と圧力）を接続するかという点にある。この問題に関する議論は現在も続いているが、Fujisawa *et al.* (2018)は流速と圧力を連続的に接続するため、以下に示す Darcy-Brinkman 式を多孔質領域の流れに適用した。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{u_i u_j}{n} \right) + \frac{n}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{ng}{k_s} u_i = 0 \quad (1)$$

ここに、 u_i , p , n , ρ , g , k_s は流速（ダルシー流速）、圧力（ピエゾ圧）、間隙率、流体の密度、重力加速度、飽和透水係数であり、 x_i 及び t は直角座標と時間を表す。式(1)は、多孔質領域において Navier-Stokes 式の空間平均をとることで得られ、流速と圧力を独立した変数として解くことができる。従来の浸透流解析では、連続的にダルシー則を代入することで、圧力のみを変数として解くものであり、流速と圧力を独立して扱うことができない。一方、式(1)の Darcy-Brinkman 式ではそれら変数は独立しており、Navier-Stokes 式を解くことで得られる流体領域の流速と圧力を多孔質領域へと連続的に接続することが可能となる。

式(1)は飽和した多孔質領域を対象としており、不飽和浸透流に対応していない。そのため、流体領域と飽和領域だけでなく、不飽和領域の浸透流も解析可能とするため、Darcy-Brinkman 式 (式(1)) を以下のように不飽和領域にまで拡張した（藤澤ら, 2019）。これにより、三相（不飽和、飽和、流体領域）の流れを連続的に解くことが可能となる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{u_i u_j}{\theta} \right) + \frac{\theta}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\theta g}{k} u_i = 0 \quad (2)$$

ここに、 θ と k はそれぞれ体積含水率と不飽和透水係数を意味し、式(2)は不飽和領域において Navier-Stokes 式の空間平均をとることで導かれる。なお、同式を解くには水分特性曲線や比透水係数といった不飽和浸透特性が必要とし、それらは圧力水頭の非線形関数として与えられることから、数値解析においては非線形計算のための反復計算が必要となる。

3. 数値解析手法及び結果

流体領域では Navier-Stokes 式、多孔質体中の浸透流には不飽和領域へと拡張した Darcy-Brinkman 式 (式(2)) を解く。Navier-Stokes 式および式(2)を解くための数値解析手法には、SUPG/PSPG 安定化有限要素法を適用した。図1には解析対象とした堤体浸透問題の領域形状と境界条件を示す。この問題は、Ahmed *et al.* (2020)の実験に基づき、高さ 36 cm の堤体に 30 cm の貯水を行うものであり、堤体下流部の法先に高さ（厚さ）1.0 cm の

キーワード Darcy-Brinkman 式, Navier-Stokes 式, 飽和／不飽和浸透流

連絡先 〒606-8502 京都市左京区北白川追分町 京都大学大学院農学研究科 TEL 075-753-6152

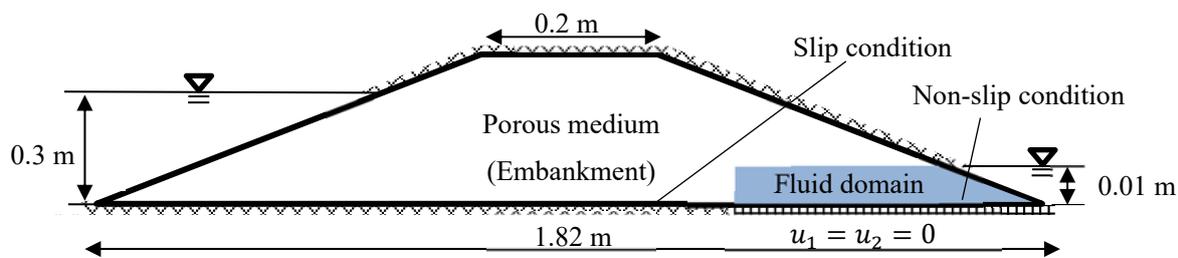


図1 解析領域と境界条件

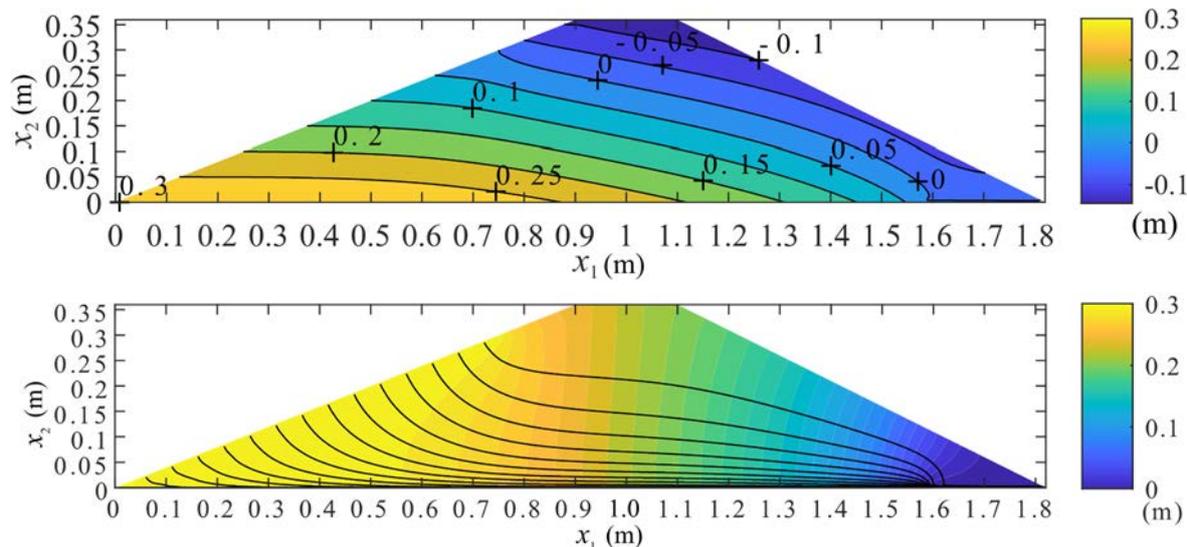


図2 解析結果（上：圧力水頭分布，下：ピエゾ水頭分布と流線）

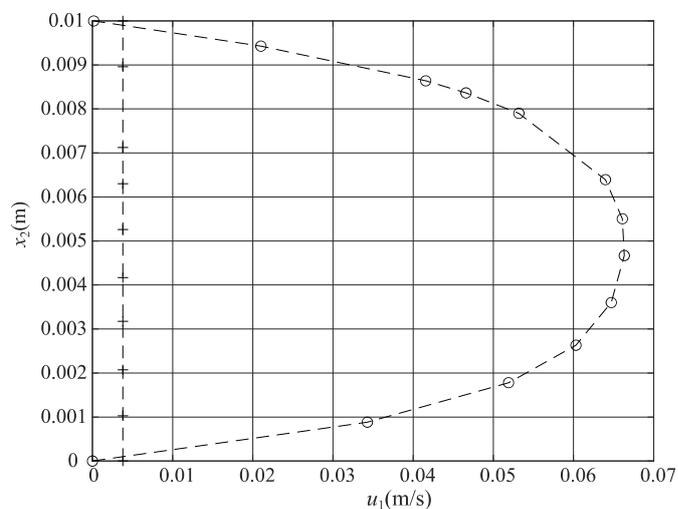
流体領域を有する。水に接する堤体表面においては、圧力を指定した自由流入境界、その他の境界には、図1に示す通り、スリップまたはノンストップ条件を課した（不飽和浸透特性には、van Genuchtenモデルを仮定）。図2には計算された定常状態の圧力水頭分布（上図）、ピエゾ水頭分布と流線（下図）を示す。圧力水頭が負となる不飽和領域が天端付近に現れ、貯留水の流線はピエゾ水頭のコンターラインと直交するダルシー流が表現される。また、下流法先に設けた流体領域へと集中する様子が見てとれる。図3は法先の流体領域を拡大した断面の水平流速分布を示し、放物型の流速分布（層流）が形成されている。

4. まとめ

不飽和領域に拡張した Darcy-Brinkman 式により、多孔質体の飽和及び不飽和領域の浸透流と流体領域の流れを連続的に解くことを可能にし、下流法先に水みちを有する堤体浸透問題における解析結果を示した。今後は、解析精度の検証とともに幅広い問題への適用を図る予定である。

参考文献

- 1) Fujisawa, K. and Murakami, A. (2018). Numerical analysis of coupled flows in porous and fluid domains by the Darcy-Brinkman equations. *Soils and Foundations*, 58(5), 1240–1259.
- 2) 藤澤和謙, 村上章 (2019). Darcy-Brinkman 式の不飽和領域への拡張, 農業農村工学会論文集, 308, 27-36.
- 3) Al-Janabi, A.M et al. (2020). Experimental and numerical analysis for earth-fill dam seepage, *Sustainability*, 12(6), 2490.

図3 流体領域の水平流速分布 ($x_1=1.79$ m)