

Extended B-spline を用いた MPM の弾塑性問題への適用性の検討

○東北大学大学院工学研究科 学生会員 菅井 理一
 東北大学災害科学国際研究所 正会員 山口 裕矢
 東北大学災害科学国際研究所 正会員 森口 周二
 東北大学災害科学国際研究所 正会員 寺田 賢二郎

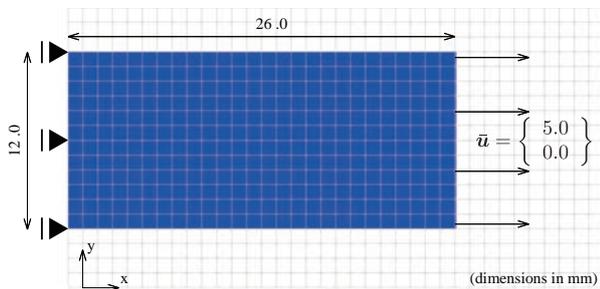


図-1 供試体モデルの引張問題での解析モデルと境界条件。

1. はじめに

本研究では Yamaguchi ら¹⁾の提案した EBS-MPM に弾塑性構成則を実装し、複数の例題を通してその適用性に関して検討を行うことを目的とする。検証例題として弾塑性体モデルの斜面安定計算と弾塑性モデルの供試体の引張問題を取り上げ、EBS-MPM の精度に関して Isogeometric analysis (IGA) や有限要素法 (FEM) の結果と比較検討する。

2. 解析手法

MPM (Material point method) は連続体領域を Lagrange 粒子により離散化し、Euler 格子を用いて計算する手法であり、大変形問題への適用が適していると言われている。EBS-MPM では MPM の離散化手法に特有の数値不安定性および境界付近の精度低下を抑制するために extended B-spline 基底関数 (EBS) を適用する。また、Nitsche の方法により物質境界に配置した境界粒子に対して Dirichlet 境界条件を課すことにより、従来の MPM では適用が困難であった複雑な境界条件を含む問題を陰解法で解析することが可能となる。

3. 数値計算例

3.1 供試体モデルの引張問題

塑性非圧縮性を示す弾塑性体からなる供試体の引張問題について、奥行方向を固定した準三次元条件の下で数値解析を実施し、EBS-MPM の適用性を検討する。

文献²⁾と同じ材料構成則、材料定数を使用し、図-1 に示す形状の構造物を対象とする。横幅 26.0 mm、高さ 12.0 mm とする長方形モデルの左辺を格子境界と一致させスリップ境界条件を課す。右辺は Nitsche の方法を用いて y 方向を拘束し、x 方向に 5.0 mm の強制変位を与える。解析条件として格子サイズを一辺 1.0 mm の立方体とし、初期配置における粒子数を $10 \times 10 \times 1$ 、体積分率の閾値を 1 次 (linear) EBS と 2 次 (quadratic) EBS で 0.1、3 次 (cubic) EBS で 0.007、ペナルティ係数を 1.0×10^{15} とする。解析ステップは

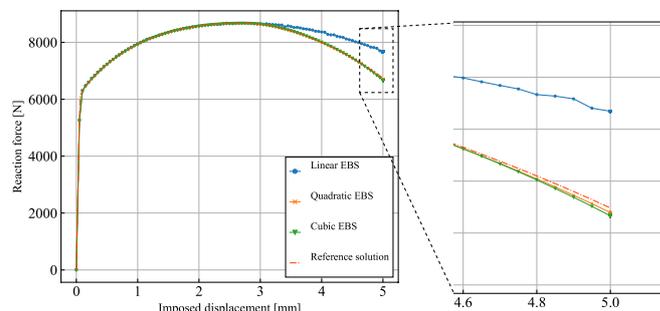


図-2 供試体モデルの引張問題における反力-強制変位関係。

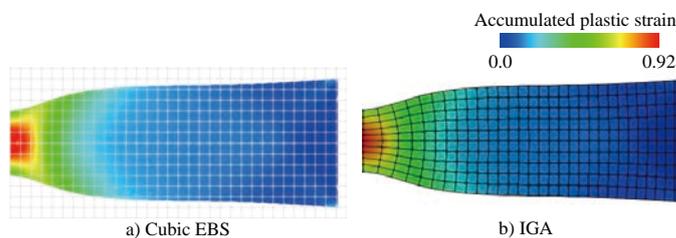


図-3 供試体モデルの引張問題における 3 次 EBS-MPM と IGA の累積塑性ひずみ分布と変形図。

1000 回とし、Newton-Raphson (NR) 法の収束条件は初期残差の 10^{-10} 倍とする。参照解には 2 次の non-uniform rational B-spline (NURBS) 基底関数を用いた IGA³⁾を使用する。

1 次、2 次、3 次 EBS の解析結果として、反力と強制変位の関係を図-2 に示す。反力のピーク前では EBS の次数に関わらず参照解の曲線によく一致している。強制変位が 2.8 mm 以降反力が低下するが、1 次 EBS は反力の下降が緩やかであることから体積ロッキングの影響を受けていると考えられる。一方、高次 EBS による結果は参照解とよく一致しており、反力と変位の関係が IGA と同程度に評価されていることが分かる。3 次 EBS と IGA の結果を比較するために、最終ステップにおける累積塑性ひずみの分布図を図-3 に示す。累積塑性ひずみの最大値は同程度であり、分布の傾向はよく一致しているといえる。しかし静水圧分布を示した図-4 からは、高次 EBS を用いた場合でも圧力振動は回避できないことが分かる。

以上の結果より、高次 EBS を用いることで塑性非圧縮性により生じる体積ロッキングをある程度抑制しうることを確認し、反力と強制変位の関係から IGA と同程度の精度を発揮しうることを確認した。また Nitsche の方法を用いて比較的大きな変形領域においても変位境界条件を表現できることが分かる。一方で高次 EBS を用いた場合でも塑性非圧縮性に起因する圧力振動は完全には回避できないとい

Key Words: 陰的 MPM, Extended B-spline 基底関数, 弾塑性, 非圧縮性, Nitsche の方法

〒 980-8572 仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1 災害科学国際研究所 4F S403-S404, TEL 022-752-2132, FAX 022-752-2133

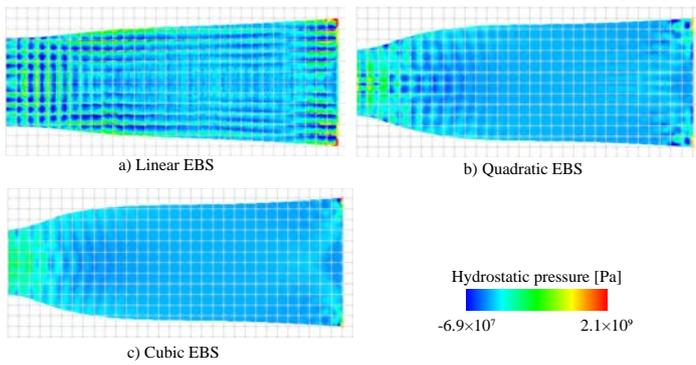


図-4 供試体モデルの引張問題における EBS-MPM の静水分布と変形図。

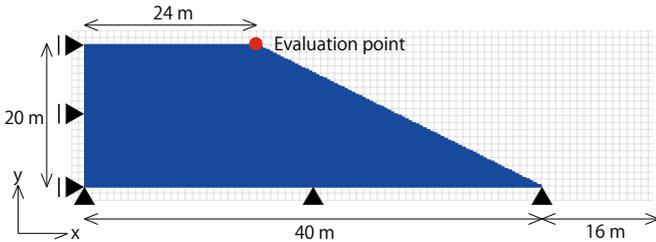


図-5 斜面安定解析で用いたモデル形状と境界条件。

える。

3.2 斜面安定解析

図-5 に示すモデル形状と境界条件において奥行方向を固定した準三次元条件の斜面に対する安定解析を行い、陰的 MPM の弾塑性解析への適用性を検討する。変位境界条件は Nitsche の方法により与える。計算格子は一辺 1.0 m の立方体とし、初期配置において 1 格子当たり $4 \times 4 \times 1$ 個の粒子を配置する。体積分率の閾値は 0.05、ペナルティ係数は 1.0×10^{12} とする。NR 法の収束条件を初期残差の 1.0×10^{-6} とする。弾塑性構成則に Hencky 超弾性モデル、降伏基準に Drucker-Prager 関数を用いる。文献⁴⁾と同様の材料特性を使用し、粘着力 c と内部摩擦角 ϕ は安全率 (FOS) により低減させた値を設定する。自重を y 方向に 100 等分して作用させる。

1 次 (linear) EBS と 2 次 (quadratic) EBS を用いた解析結果として、FOS を 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.35, 1.4, 1.5 とした各解析ケースについて、斜面頂点の鉛直変位を整理した結果を図-6 に示す。安全率 1.3 以下では 1 次、2 次 EBS ともに変位量が小さい。安全率 1.4 で 2 次 EBS では変位が急激に変化している。FOS の極限解は 1.38 であり、斜面の不安定化を適切に表現できていると考えられる。図-7 に示すように、安全率 1.4 における 2 次 EBS を用いたときの累積塑性ひずみ分布に、明瞭な滑り線が確認できる。一方で、安全率 1.5 における 1 次 EBS を用いた解析結果は、2 次 EBS に比べて不明瞭である。これらの結果より計算精度を向上させるために、高次 EBS を用いることが有用といえる。

4. おわりに

供試体モデルの引張問題では、高次 EBS により塑性非圧縮性により生じる体積ロッキングを抑制し、IGA による解に

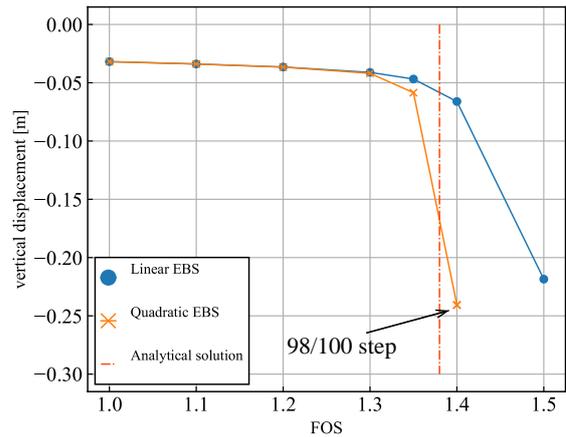


図-6 斜面頂点の鉛直変位と安全率 (FOS) の関係。

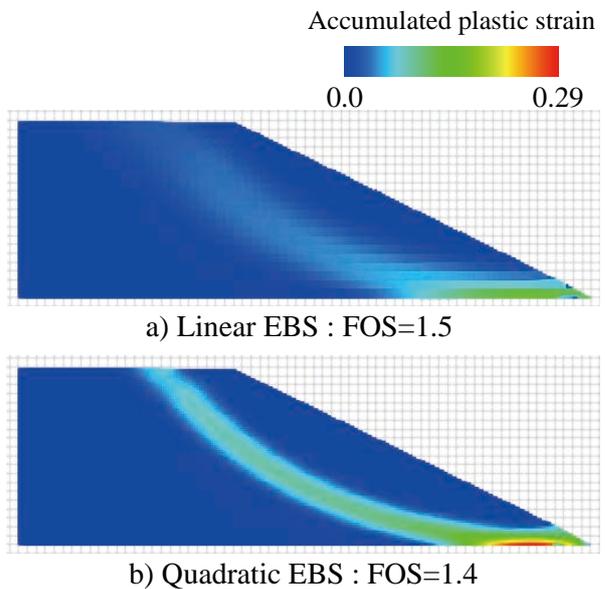


図-7 斜面安定解析における変形図および累積塑性ひずみの分布図。

整合することを確認した。また斜面安定解析の結果から、高次 EBS を用いた陰的 MPM による解析が極限解と整合することを例証した。以上の結果より EBS-MPM の精度が FEM に匹敵しうる可能性が示されたといえる。

今後は塑性非圧縮性による応力振動を回避するために選択的低減積分などの適用方法を検討する予定である。

参考文献

- 1) Yamaguchi, Y., Moriguchi, S. and Terada, K.: Extended b-spline-based implicit material point method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 122, No. 7, pp. 1746–1769, 2021.
- 2) Elguedj, T. and Hughes, T.: Isogeometric analysis of nearly incompressible large strain plasticity, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 268, pp. 388–416, 2014.
- 3) Cottrell, J. A., Hughes, T. J. R. and Bazilevs, Y.: *Isogeometric Analysis: Toward Integration of CAD and FEA*, Wiley, 1st edition, 2009.
- 4) Griffiths, D. and Lane, P.: Slope stability analysis by finite elements, *Geotechnique*, Vol. 49, No. 3, pp. 387–403, 1999.