

## VOF 法に基づく自由表面流れ解析と流体構造連成解析

中央大学大学院 学生員 ○安井 太一  
茨城大学 正会員 車谷 麻緒  
中央大学 正会員 檜山 和男

## 1. はじめに

東日本大震災を契機として、津波シミュレーションにおいては構造物の被害予測をも含めた予測が求められるようになり、数多くの三次元流体-固体連成解析の構築事例が報告されている。著者らはこれまで、流体解析に VOF 法を、固体解析に等方性損傷モデルを用いた有限要素法に基づく流体-固体連成解析手法<sup>1)</sup>の提案を行ってきた。

本報告では、VOF 法を用いた 3 次元自由表面流れ解析において、有限要素分割の違いが解に与える影響について実験結果との比較のもとに定量的に検討した上で、等方性損傷モデルを用いたひび割れ進展解析を行った。

## 2. 流体解析手法

## (1) 密度, 粘性係数の計算

VOF 法は、自由表面位置を VOF 関数と呼ばれるスカラー関数  $\phi$  により表現する手法である。VOF 関数  $\phi$  は各節点において液体であれば 1.0, 自由表面上であれば 0.5, 気体であれば 0.0 の値をとり、気体と液体の密度, 粘性係数は、VOF 関数  $\phi$  を用いて以下のように表現される。

$$\rho = \rho_l \phi + \rho_g (1 - \phi) \quad (1)$$

$$\mu = \mu_l \phi + \mu_g (1 - \phi) \quad (2)$$

ここで、 $\rho$ ,  $\mu$  は各要素における密度と粘性係数で、 $\rho_l$ ,  $\rho_g$ ,  $\mu_l$ ,  $\mu_g$  はそれぞれ液体の密度, 気体の密度, 液体の粘性係数, 気体の粘性係数である。

## (2) 流速, 圧力の計算

非圧縮粘性流れの支配方程式として Navier-Stokes 方程式 (3) と非圧縮流体の連続式 (4) を用いる。

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - f_i \right) + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (4)$$

ここで、 $\Omega$  は境界  $\Gamma$  で囲まれた解析領域であり、 $u_i$  は流速、 $p$  は圧力である。

支配方程式 (3), (4) に対し、空間方向に SUPG/PSPG 法に基づく安定化有限要素法、時間方向に Crank-Nicolson 法を適用し離散化を施すことで得られる連立一次方程式を解き、未知数である流速と圧力を求める。

## (3) 自由表面の位置の計算

界面関数の支配方程式は移流方程式 (5) を用いる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_i \cdot \left( \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (5)$$

ここで、 $u$ ,  $\phi$  は流速, 界面関数である。

方程式 (5) に対し、空間方向に SUPG 法に基づく安定化有限要素法、時間方向に Crank-Nicolson 法を適用し離散化を施すことで得られる連立一次方程式を解くことにより、未知数である VOF 関数が求まる。

## 3. 構造解析手法

動的構造解析手法として、粘性減衰を考慮せず慣性力のみを考慮した非減衰動的解析を用いる。等方性損傷モデルを動的構造解析に組み込むことで構造物の破壊挙動及びひずみ軟化挙動を再現する。

## (1) 支配方程式

支配方程式は応力のつり合い方程式 (6)、応力-ひずみ関係式 (7)、ひずみ-変位関係式 (8) である。

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + b_i + B_i = 0 \quad (6)$$

$$\sigma_{ij} = (1 - D) c_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (7)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (8)$$

ここで、 $\sigma_{ij}$  は応力テンソル、 $b_i$  は物体力、 $B_i$  は慣性力、 $c_{ijkl}$  は弾性係数テンソル、 $\varepsilon_{ij}$  はひずみテンソル、 $D$  は損傷変数である。空間方向の離散化は四面体要素を用いた有限要素法、時間方向の離散化には Newmark の  $\beta$  法を用いている。

## (2) 等方性損傷モデル

等方性損傷モデル<sup>2)</sup>を用いた数値解析では、損傷した要素の弾性係数を低下させることによって間接的にひび割れを再現する。損傷変数  $D$  が 0 であれば要素が損傷していない、1 であれば完全に損傷している状態を表す。損傷変数は以下の式で表される。

$$D = 1 - \frac{\kappa_0}{\kappa} \exp \left( -\frac{E \kappa_0 h_e}{G_f} (\kappa - \kappa_0) \right) \quad (9)$$

ここで、 $\kappa_0$  は破壊発生ひずみ、 $\kappa$  は解析の時刻歴における等価ひずみの最大値、 $E$  はヤング率、 $h_e$  は要素サイズ、 $G_f$  は破壊エネルギーである。また、等価ひずみとは複数のひずみ成分をスカラー値で表したものである。動的破壊解析手法の詳細については参考文献<sup>2)</sup>を参照されたい。

## 4. 数値解析例

本研究では、角柱構造物を有する 3 次元ダムブレイク問題<sup>3)</sup>を取り上げ、実験結果と解析結果の比較を行った。

**KeyWords :** VOF method, Free surface flow, Fluid-structure interaction analysis, Isotropic damage model, Stabilized finite element method

**連絡先 :** 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 TEL : 03-3817-1815 E-mail : a17.jjbr@g.chuo-u.ac.jp

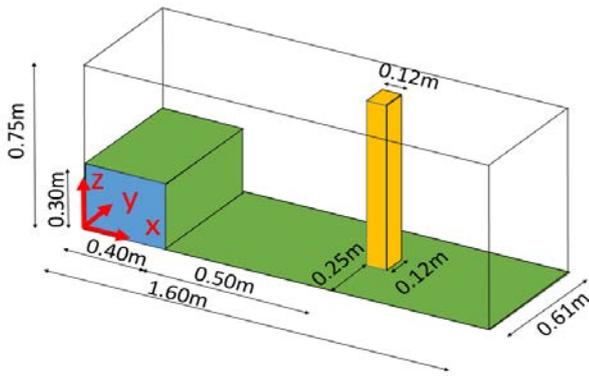


図-1 解析モデル，初期条件

表-1 解析メッシュの平均要素幅[m]

	節点数	要素数	平均要素幅[m]
メッシュ1(構造)	749346	4327200	$1.26 \times 10^{-3}$
メッシュ2(構造)	5882054	34617600	$0.63 \times 10^{-3}$
メッシュ3(非構造)	787371	4608998	$1.23 \times 10^{-3}$
メッシュ4(非構造)	6229380	36886802	$0.62 \times 10^{-3}$

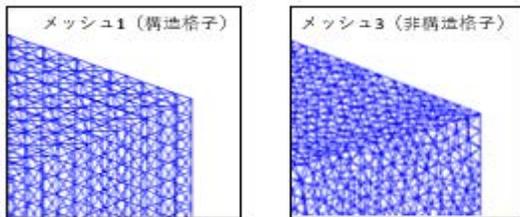


図-2 解析メッシュの拡大図 (メッシュ1, 3)

### (1) 解析条件

解析領域と初期条件を図-1に示す。境界条件としては側壁、天井、底、角柱において slip 条件を課した。液体、気体の密度はそれぞれ  $998.22\text{kg/m}^3$ 、 $1.205\text{kg/m}^3$ 、粘性係数は  $100.4 \times 10^{-5}\text{Pa}\cdot\text{s}$ 、 $1.822 \times 10^{-5}\text{Pa}\cdot\text{s}$  とする。

解析メッシュは、表-1に示すように構造格子、非構造格子についてそれぞれ2通りのメッシュ幅で解析を行い、流体力を計算して実験結果と比較した。解析メッシュ1, 2の拡大図を図-2に示す。メッシュ3, 4はこれらの半分の要素幅で領域を分割したものである。

### (2) 解析結果

解析結果として、ほぼ同じ要素幅における角柱に働く流体力の比較を示す。図-3がメッシュ幅の大きいメッシュ1, 3、図-4がメッシュ幅の小さいメッシュ2, 4の結果となっている。これらの結果から以下のことが確認できた。

- 図-3, 4の結果から、構造格子、非構造格子のどちらにおいても、実験結果に比べて波が早く到達する結果となった。
- 流体力(抗力)の最大値について注目すると、メッシュ幅の大きい図-3の結果から、構造格子であるメッシュ1の方が非構造格子であるメッシュ3に比べ実験結果と良い一致を示している。また、メッシュ幅の小さい図-4の結果から、メッシュ幅が細かい場合には、構造格子と非構造格子では差異が見られない。

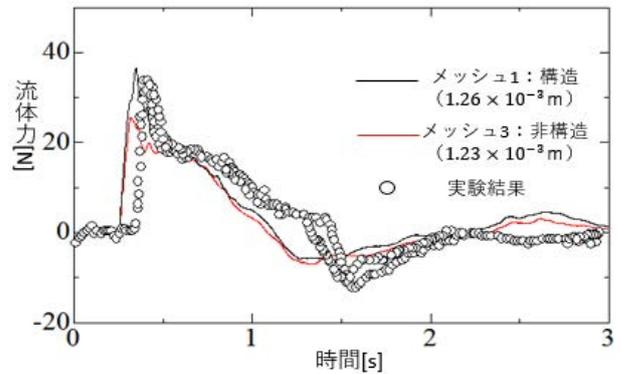


図-3 角柱に働く x 軸方向流体力 (メッシュ1, 3)

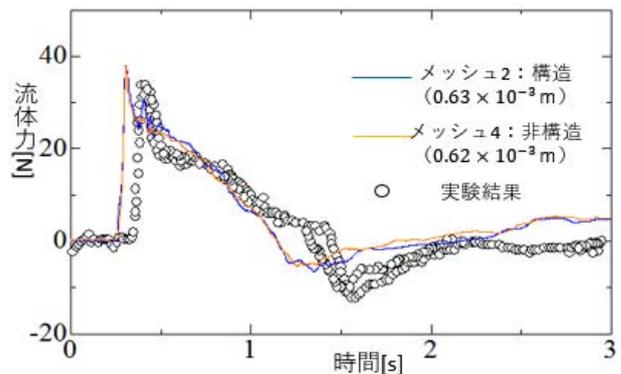


図-4 角柱に働く x 軸方向流体力 (メッシュ2, 4)

構造物側の解析結果は講演時に示す。

## 5. おわりに

本報告では、有限要素法を用いた VOF 法に基づく三次元流体-固体連成解析に着目して、流体解析における有限要素分割の違いが解に与える影響について実験結果と比較し、以下の結論を得た。

- いずれの場合においても計算結果の方が実験結果に比べて早く波が到達する結果となった。
- ほぼ同じ要素分割幅のメッシュを用いる場合、構造格子の方が初期形状の再現性が高いため、非構造格子に比べ流体力が実験結果と近い結果を得た。
- メッシュを十分細かくすると構造格子、非構造格子で流体力が概ね一致した。

今後は、他の参照結果との比較を含めてより詳細な検討を行う予定である。

### 参考文献

- 1) 金澤功樹, 凌国明, 車谷麻緒, 檜山和男, 等方性損傷モデルを用いた三次元流体-構造連成解析手法の構築, 第46回関東支部技術研究発表会, 2020
- 2) M. Kurumatani, K. Terada, J. Kato, T. Kyoya and K. Kashiyama, An isotropic damage model based on fracture mechanics for concrete, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 155, pp. 49-66, 2016.
- 3) Gomez-Gesteira, M. and Dalrymple, R.A., Using a three-dimensional smoothed particle hydrodynamics method for wave impact on tall structure, journal of waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, Vol.130, pp.63-69, 2003.