

E 積分を用いた折れ曲がり瞬間後の仕事変化率の X-FEM 解析

石川工業高等専門学校 学生会員 ○浜本 真汐
 石川工業高等専門学校 学生会員 福森 雄基
 石川工業高等専門学校 正会員 新保 泰輝
 長岡技術科学大学 正会員 福元 豊

1. 目的

亀裂進展解析における破壊靱性値としてエネルギー解放率が汎用されている。しかし、弾塑性材料に対するエネルギー解放率を求めることは各荷重段階でのエネルギー解放率を計算する必要があることから現実的ではない。本研究では通常弾塑性材料と仮定される地盤材料への破壊力学の適用を目的とし、C.Yatomi によって提案された弾塑性材料にも適用可能な仕事変化率¹⁾を破壊靱性値として用いるための基礎検討を行う。著者らは直進亀裂進展時に仕事変化率が E 積分¹⁾によって経路独立に求まることを数値解析的に示した²⁾。しかし、亀裂進展方向に対する検討は行われておらず、自明な亀裂進展方向に対して仕事変化率が最大となるかなどの基礎的な検討も行われていない。そこで、本研究では基礎検討として、引張荷重下にて直進進展すると考えられる初期亀裂に対して折れ曲がり瞬間後の仕事変化率を求め、この最大方向が直進方向と一致するかを確認した。具体的には、Drucker-Prager 弾塑性モデル (DP モデル) を利用し、拡張有限要素法(X-FEM)と E 積分を用いて初期亀裂からの進展亀裂の角度を変え、各角度について仕事変化率を求めて亀裂進展方向について検討している。

2. 解析方法

本研究で用いる仕事変化率とは、初期亀裂と進展後の亀裂に対して同一荷重に至るまでに必要な仕事量の亀裂長さの違いによる差として定義される。仕事変化率の算出には次式に示す E 積分を用いる。

$$E = \int_{\Gamma} \int_0^{\alpha} \left(\frac{\partial \mathbf{t}}{\partial \beta} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \ell} - \frac{\partial \mathbf{t}}{\partial \ell} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \ell} \right) d\beta d\Gamma \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{t} は表面力、 \mathbf{u} は変位、 β は荷重パラメータ、 ℓ は亀裂長さを意味する。解析に用いたモデル及び積分経路を図-1 に示す。平面ひずみ条件下にある無限板を縦横 50m と中央亀裂 6m としてモデル化した。要素幅と要素高は 2m と 0.1m を使い、亀裂付近では 0.1m とした。要素数は 14,641、節点数は 14,400 である。荷重は物体上下縁に最大主応力 $\sigma_1=1\text{MPa}$ を与えた。また、E 積分の積分経路は物体境界とした。進展亀裂は初期亀裂に対して 1 要素分進展させており、その先端を要素辺上とする。初期亀裂に対して進展亀裂は 0° から 5° ずつ上昇させ (図-2)、

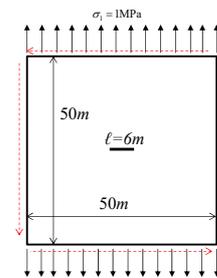


図-1 解析モデルと積分経路

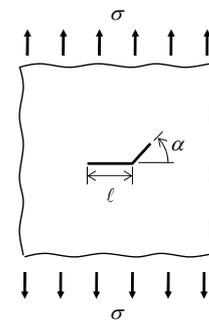


図-2 初期亀裂と進展角度

表-1 解析パラメータ

Parameter Study	Case Name	σ_y [MPa]	H [MPa]	β [-]
σ_y	Case 1	1	50	0.3
	Case 2	0.1	50	0.3
	Case 3	1	0.1	0.3
H	Case 4	1	10	0.3
	Case 5	1	30	0.3
	Case 6	1	50	0.3
β	Case 7	1	50	$\tan(20^\circ)$
	Case 8	1	50	$\tan(25^\circ)$
	Case 9	1	50	$\tan(30^\circ)$

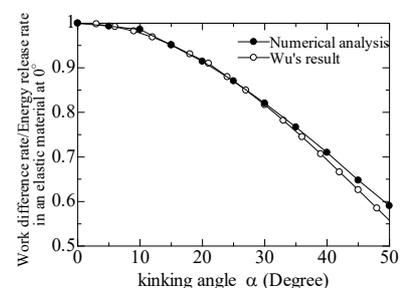


図-3 弾性体による精度検証

キーワード 破壊力学, E 積分, X-FEM, Drucker-Prager 弾塑性モデル, 仕事変化率

連絡先 〒929-0342 石川県河北郡津幡町北中条 石川工業高等専門学校 T E L 076-288-8166

仕事変化率が最大値を取る角度を検討する。ヤング率 50MPa, ポアソン比 1/3 とし, DP モデルのパラメータの初期降伏応力 σ_y , 硬化係数 H , ダイレイタンシー係数 β については表-1 に記す。

3. 弾性解析

図-3 に弾性解析の X-FEM による数値解と Wu の半理論解⁴⁾を示す。図-3 縦軸は進展角度 0° の理論解で除している。図-3 に示すように 35° 程度までは定性的に良い一致を示しており, X-FEM のモデル化に問題はない。

4. 初期降伏応力によるケーススタディ

解析結果を図-4 に示す。横軸は亀裂進展角度, 縦軸は弾性体の進展角度 0° の解析結果で除して無次元化している。図より, σ_y によらず仕事変化率の最大値方向は 0° であることが分かる。また, σ_y が小さいほど仕事変化率は大きい。これは作用荷重が一定であるために, σ_y が小さいほど塑性領域が広く, 仕事量の差が大きくなったためである。この効果により, 塑性の影響を考慮した延性破壊が表現可能であると予想される。

5. 硬化係数によるケーススタディ

解析結果を図-5 に示す。前節と同様に H による仕事変化率の最大方向は 0° を示した。また, H が小さい場合には塑性領域が広がるために, H が小さいほど仕事変化率は大きい。

5. ダイレイタンシー係数によるケーススタディ

解析結果を図-6 に示す。他の解析結果と同様に β によらず 0° で仕事変化率が最大となった。また, β が大きくなると仕事変化率が大きくなるのは, DP モデルでは引張側は β が大きいほど塑性化しやすくなるためである。

6. まとめ

本研究では X-FEM 及び E 積分を用い, 引張荷重下にて直進進展すると考えらえる初期亀裂に対して, 折れ曲がり瞬間時の仕事変化率を求め, その最大方向について検討した。その結果, 以下の知見を得た。

- ・ σ_y , H , β のパラメータスタディの結果から仕事変化率の最大方向は 0° となり, 亀裂の直進進展を表現することができることを確認した。
- ・パラメータスタディの結果から, 塑性域の広さや塑性の程度によって仕事変化率が大きくなることが分かった。これにより, 塑性効果を考慮した延性破壊を表現できる可能性が示唆された。

今後は解析モデルを一軸圧縮試験に用いる供試体サイズとして解析を行うことで, 破壊方向について実験結果との比較を行い, 破壊靱性値を求める。

謝辞 本研究の一部は JSPS 科研費 19K04957 の助成を受けたものです。本研究の一部は長岡技術科学大学令和2年度「高専—長岡技科大共同研究助成」の助成を受けたものです。

参考文献 1) 矢富盟祥: エネルギー解放率の新公式とその応用-多軸荷重の場合の簡便評価式, 材料, 35 巻, 394 号, 767-771, 1986. 2) Yuki FUKUMORI, Taiki SHIMBO, Yutaka FUKUMOTO: Work difference rate of soils in the Drucker-er-Prager model using X-FEM, The 5th STI-Gigaku 2020, 2020. 3) Chien H. Wu, Explicit asymptotic solution for the maximum energy-release-rate problem, Int. J. Solids. Struct, Vol.15(7), pp.561-566, 1979.

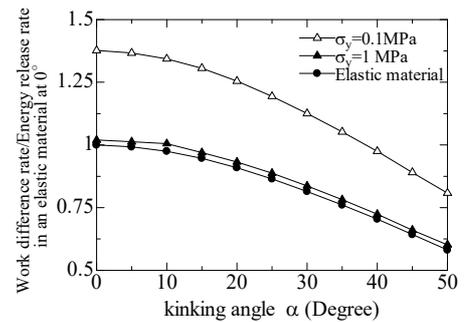


図-4 σ_y による仕事変化率の違い

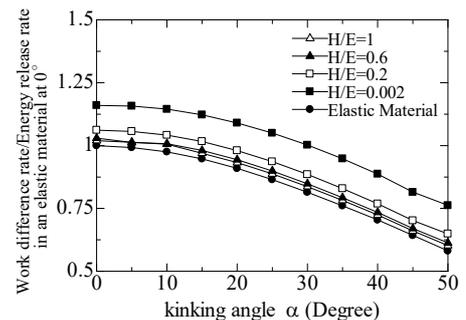


図-5 硬化係数による仕事変化率の違い

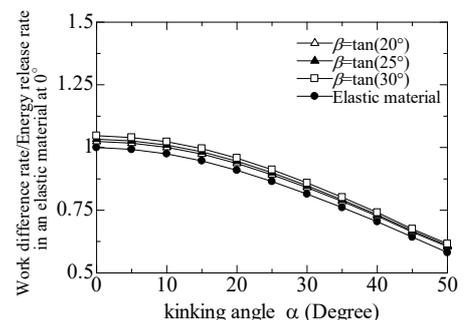


図-6 ダイレイタンシー係数による仕事変化率の違い