

## 水源揚水井の不規則劣化に対する確率モデルの構築とその検証

関西大学環境都市工学部 正会員 ○兼清泰明  
 関西大学大学院 中野公介  
 関西大学環境都市工学部 フェロー 楠見晴重

### 1 序論

水源揚水井の洗浄による保守管理に対してアセットマネジメント手法<sup>1)</sup>を適用するには、揚水井の取水能力を数量化した上で、その時間変化を予測する数理モデルの構築が必要である。揚水井の健全度の時間変化には極めて大きなばらつきが認められるため、本研究では、確率微分方程式を用いた揚水井の不規則劣化モデルを新たに提案し、実データのばらつきの再現性について検証する。

### 2. 水源揚水井の健全度の定義と実データの挙動

水源揚水井の健全度は、次式で定義する。

$$\text{健全度} = \frac{\text{比湧出量}}{\text{開始時の比湧出量}} \quad (1)$$

したがって、健全度は非負の実数値を取り、供用開始時の健全度は必ず1となる。この定義に基づいて、京都府城陽市において1979年8月から2014年8月の期間に462個の水源揚水井に対して月平均で得られた実データから健全度の時間変化を図1に示す。健全度は平均的には供用年数の増加とともに減少していくが、揚水井の比湧出量が周囲の地下水の影響を強く受けるため、供用開始時よりも健全度の数値が上昇するケースが認められる。

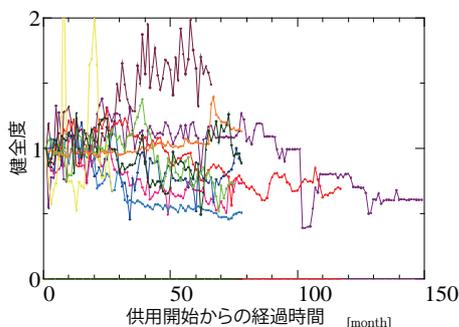


図1 城陽市の揚水井における健全度の時間変動（式(1)で数値化した場合）

文献1)では、このような状況を供用開始時の取水能力が維持されているものとみなして、式(1)による数値が1を超えた場合には1に補正することにより健全度が数値化されている。この補正の下での健全度の時間変化を示したのが図2である。

いずれの場合でも健全度の時間変化には非常に強いばらつきが認められることから、健全度の時間劣化を決定論的な一つの時間変化曲線で記述することは適切でないと考えられる。

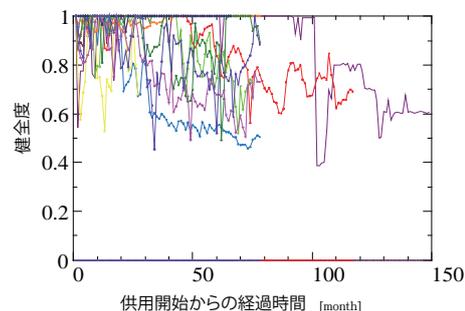


図2 城陽市の揚水井における健全度の時間変動（式(1)に補正を施した場合）

### 3. 補正を行わない場合に対する拡散型モデル

時間的に不規則に変動する現象をモデル化する方法として、現象の平均的挙動を記述する微分方程式に雑音を入力して確率微分方程式を構成するという方法が広く用いられている。雑音としてGauss型白色雑音を用いた場合、解が拡散過程となることから拡散型モデルと呼ばれている。このモデルでは解が平均的挙動のまわりに激しい増減を繰り返すため、図1に示される挙動を説明するのに適していると考えられる。

ここでは、平均的時間変化を次式で記述する<sup>1)</sup>。

$$\frac{dX(t)}{dt} = -\mu_0 X(t) \quad (2)$$

ここで、係数 $\mu_0$ がGauss型白色雑音で乱されると考え、式(2)を次のような伊藤型確率微分方程式に拡張する。

$$dX(t) = -\left(\mu_0 - \frac{1}{2}\sigma_0^2\right)X(t)dt - \sigma_0 X(t)dB(t) \quad (3)$$

ここで、 $B(t)$ はWiener過程で、Gauss型白色雑音の形式的な時間積分である。式(3)の解を伊藤の公式を利用して求めることにより、健全度劣化過程 $X(t)$ の従う推移確率密度関数が以下のように得られる。

$$f_X(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2 t x}} \exp\left\{-\frac{(\log x + \mu_0 t)^2}{2\sigma_0^2 t}\right\} \quad (4)$$

すなわち、拡散型モデルにおいては揚水井の健全度は対数正規分布に従うことになる。

### 4. 補正を行った場合に対する拡散Poisson型モデル

図2に示すように修正を加えた健全度は必ず1以下の値を取るため、拡散モデルを適用するのは適切

キーワード：水源揚水井，劣化，洗浄，確率モデル

連絡先：〒564-8680 吹田市山手町3-3-35 関西大学環境都市工学部 hiro.t.k@kansai-u.ac.jp

でないと考えられる．そこで，文献2)で議論されている橋梁健全度の劣化モデルと同様に，Poisson型白色雑音を用いて，式(2)を次のような伊藤型確率微分方程式に拡張する．

$$dX(t) = -\mu X(t)dt - X(t)dC(t) \quad (5)$$

ここで， $C(t)$ は強度 $\lambda$ の複合Poisson過程， $q_1$ はそのジャンプの平均であり， $\mu = \mu_0 - \lambda q_1$ である．拡散モデルと同様にして，拡張された伊藤の公式を適用することにより，式(5)の解を求め，それに基づいて健全度劣化過程 $X(t)$ の従う推移確率密度関数を次のように解析的に導出することができる．

$$f_X(x, t) = \frac{e^{-\lambda t}}{x} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^n}{n!} f_W^{n*}(\log x + \mu t) \quad (6)$$

ここで， $f_W^*(w)$ は $W_k = \log(1 - Y_k)$  ( $k = 1, 2, \dots$ )の確率密度関数の $n$ 重合成積であり， $f_W^{0*}(w) = \delta(w)$ (デルタ関数)である．

### 5. 健全度の実データの分布との整合性

健全度の確率分布は式(4)，式(6)に示すように時刻ごとに異なる形を取る．このため，実データとの検証は各時刻ごとに行う必要があるが，同一時刻でのデータ数が多くないことから，ある幅の時間区間でまとめて比較を行う<sup>3)</sup>．時間区間 $[t_1, t_2]$ で各時刻でのデータ数に比例した重みを乗じて結合した確率密度関数を $f_X^{\text{unified}}(x, t_1 : t_2)$ と表す<sup>3)</sup>．

図3は，図1に示した健全度を4つの時間区間に分けて集計した相対度数分布と，拡散型モデルから得られる確率密度関数を上述の方法で各時間区間で結合したものを比較したものである．モデル中のパラメータはそれぞれ $\mu_0 = 0.02[\text{month}^{-1}]$ ， $\sigma_0 = 0.1[\text{month}^{-\frac{1}{2}}]$ とし，度数分布の階級幅を0.025としてある．

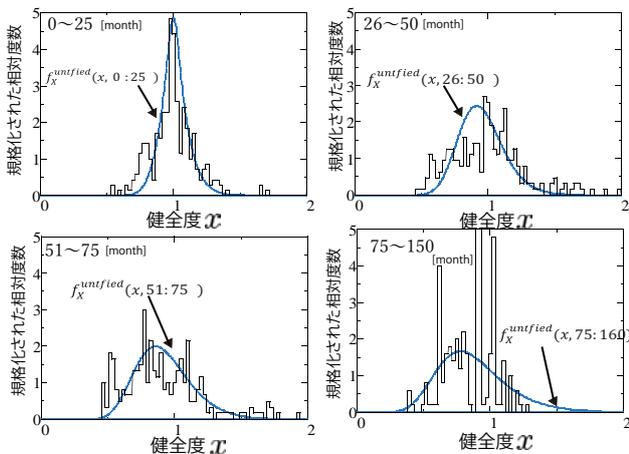


図3 城陽浄水場における健全度(式(1)に補正を施さない場合)の度数分布と拡散型モデルから得られる確率密度関数の比較

一方，図4は図2に示した補正下での健全度の度数分布とPoisson型モデルから得られる確率密度

関数を同様にして比較したものである．Poisson型モデルのパラメータはそれぞれ $\lambda = 0.7[\text{month}^{-1}]$ ， $\mu_0 = 0.1[\text{month}^{-1}]$ と設定してある．

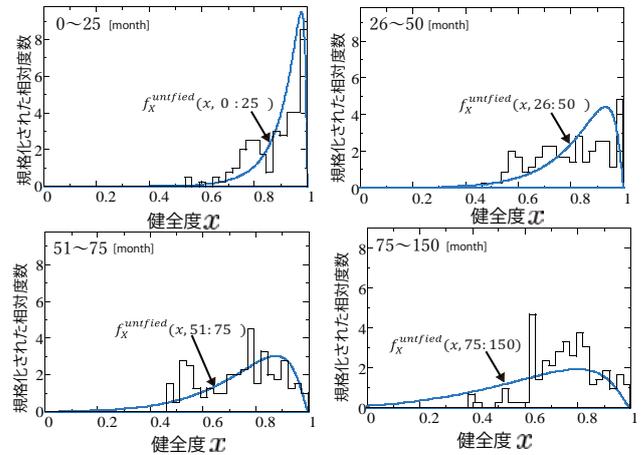


図4 城陽浄水場における健全度(式(1)に補正を施した場合)の度数分布とPoisson型モデルから得られる確率密度関数の比較

健全度の分布は時間が経過するにつれて平均が徐々に低下していき，同時にその周りのばらつきが大きくなっていくが，本提案モデルから理論的に導かれる健全度の確率分布がそのような分布の時間変動特性を非常によく再現していることがわかる．特に，健全度を1以下に補正していない場合についても，拡散型モデルを用いることにより，健全度が1を上回る領域での分布特性を含めて，非常によく再現できていることがわかる．

### 6. 結言

本研究では揚水井健全度のばらつきを含めた将来変動を予測する確率モデルを構築し，実データの再現性がよいことを確認することができた．今後はこの結果を最適な保守方策の導出に応用していく予定である．

### 参考文献

- 1) 中寺美月，楠見晴重，大西有三：京都府南山地域における水源揚水井の維持管理計画に関する研究，第72回土木学会年次学術講演会講演概要集，III-082，2017．
- 2) H. T. -Kanekiyo, O. Maruyama, A. Sutoh, T. Satoh and H. Dan, "Random Deterioration Model for Bridge Integrity and Its Application to Optimal Maintenance Scheduling", *Proc. of ICOSSAR 2017*, pp. 1019-1028, TU-Verlang, Vienna, 2017.
- 3) 兼清 泰明，丸山 収，須藤 敦史，佐藤 京：寒冷地トンネル覆工コンクリートの損傷度確率分布のテイル特性に関する考察，材料，65，pp.275-281，2016．