

車列の先頭車が急停止後の渋滞波の伝播過程に関する二、三の検討

北見工業大学 正会員 白井 秀和
フェロー ○細田 尚
中日本高速道路 正会員 小田 克磨

1. はじめに

本研究は、一定間隔、一定速度で進行する車列の先頭車が瞬間的に急停止した後の渋滞波の伝播過程について、まずマイクロ・モデルを用いたシミュレーションを行って渋滞波を生成し、波としての伝播特性を考察する。次に、追突が生じない場合のマイクロ・シミュレーション結果に対してダイナミック流体モデルを適用する。保存則系で表示した基礎式に有限体積法 (FVM) を用いて数値計算し両者の結果を比較・検討する。さらに、ダイナミック流体モデルの慣性項を無視することで導かれるバーガス方程式の解を FVM の結果と比較することでバーガス方程式の適用性を示す。

2. 対象とする現象

本研究では図-1 に示すような一車線上を一定間隔、最適速度関数を満たす一定速度で移動する車列を考え、時刻 $t=0$ に先頭車が瞬間的に急停止した後の後続車の挙動について考える。

まず、この現象を車の挙動予測のために提案されたマイクロ・モデルを用いて再現する。

3. ミクロ・シミュレーション・モデル

本研究ではマイクロ・モデルとして杉山¹⁾が提案した最適速度モデルを用いる。最適速度モデルは Newell のモデル²⁾において反応遅れ時間 T が小さい場合の一次近似式である。

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} = \frac{1}{T} \left[U\{x_{n+1}(t) - x_n(t)\} - \frac{dx_n(t)}{dt} \right] \quad (1)$$

ここに、 t : 時間、 x_n : 後方から数えて n 台目の車両の位置 (急停止させる先頭車の位置を 0 とする。), T : 反応遅れ時間である。

簡単のため、最適速度関数 U として Greenshields の式(2)を用いた。

$$\begin{aligned} & U\{x_{n+1}(t) - x_n(t)\} \\ &= u_{\max} \left[1 - \frac{1}{\rho_{\max}\{x_{n+1}(t) - x_n(t)\}} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

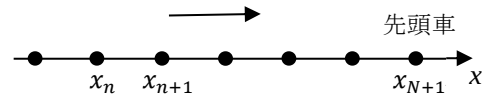
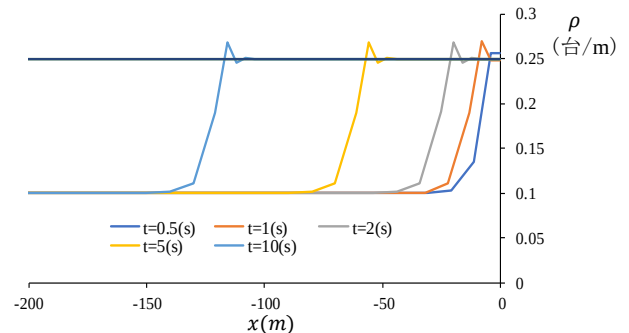
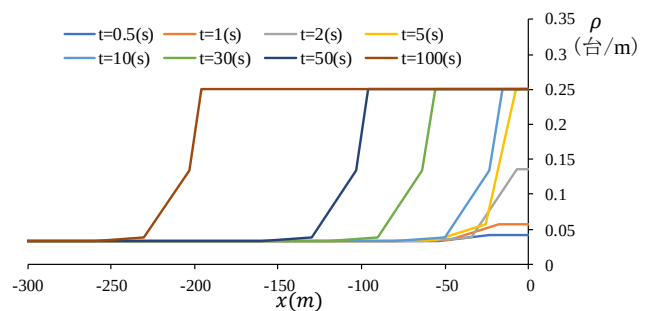


図-1 一車線を一定間隔、一定速度で移動する車列

図-2 $u_{\max}=30$ (m/s), $T=0.1$ (s), $l_0=10$ (m) の場合の結果図-3 $u_{\max}=15$ (m/s), $T=0.1$ (s), $l_0=30$ (m) の場合の結果

本研究では最大密度を $\rho_{\max} = 0.25$ (台/m) とし、最大速度 $u_{\max}$ と反応遅れ時間 T をパラメータとして取り扱った。数値解析法には Verlet 法を適用した。

4. ミクロ・シミュレーションの結果

まず、 $u_{\max}=30$ (m/s), $T=0.1$ (s), 車間距離 $l_0=10$ (m) とした場合の計算結果を図-2 に示した。先頭車が急停止後、後続車が直ちに追突し、後方車が次々と追突する。ただし、本モデルでは追突後の車の挙動を考慮できないので実際に発生する現象ではない。

一方、図-3 に示した $u_{\max}=15$ (m/s), $T=0.1$ (s), $l_0=30$ (m) の場合には追突は発生せず、形状が変化しない連続的な急変分布形が後方に伝播する様子が再現されている。細田・小田・白井³⁾はこの分布形の伝播速度

キーワード 交通流, 渋滞波, ミクロモデル, ダイナミック流体モデル

連絡先 〒604-0951 京都府京都市中京区清明町 674-3-202 E-mail: tshosoda0776@gmail.com

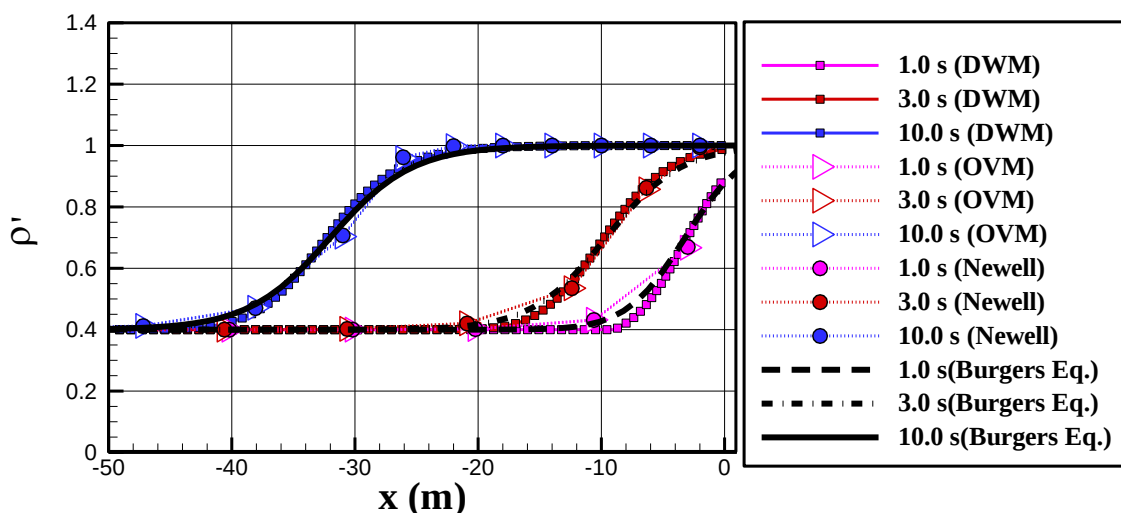


図-4 $u_{max}=8$ (m/s), $T=0.1$ (s), $l_0=10$ (m) の場合の各種モデルによる計算結果

(FVM: 流体モデルの有限体積法による解析, Burgers Eq.: バーガース方程式,
OVM: 最適速度関数モデル, Newell: Newell モデル)

が従来のキネマティック・ショックの伝播速度 ω_k と同一であることを指摘しており, 上記の条件では 2.32(m/s) となる. 一方, 計算結果の分布形急変部の伝播速度は約 2.0(m/s) であり, 両者はほぼ一致している.

5. ダイナミック流体モデルによる現象の再現

交通流のダイナミック流体モデル(Payne モデル⁴⁾)の基礎式を保存則系で記述すると式(3), (4)となる.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial u q}{\partial x} + a^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{u_{max}}{T} \rho \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{max}} \right) - \frac{q}{T} \quad (4)$$

ここに, ρ は交通流の密度, u は車両の速度, q は ρu で定義される交通流量, x は空間座標, t は時間, T は運転手の反応遅れ時間, u_{max} と ρ_{max} は Greenshields の式のパラメータで, それぞれ車両の最高速度と最大密度を示す. また, $a^2 = \frac{u_{max}}{2T\rho_{max}}$ であり一様密度 $\rho_1 = 1/l_0$.

ミクロ・モデルで追突が発生しない場合を対象に, 式(3), (4)に対して有限体積法 (FVM)⁵⁾を適用し数値解析を行った. 急停止は一様流を初期条件として与えて, 計算上の下流端で流量 q を瞬間的に 0 にすることで表現した. この方法はミクロ・モデルでの急停車を正確に表現しているわけではないので, 両者の対応について今後検討する必要がある. 図-4 にその結果とミクロ・モデルの結果を示したが, 両者はほぼ一致していることが分かる.

6. バーガース方程式を用いた解析結果

水理学では式(4)に対応する運動量式の加速度項を

無視して得られる非線形移流拡散方程式 (速水の拡散理論と呼ばれる.) によって洪水流の基本的特性がよく再現されることが知られている. そこで, 交通流に対してもこの近似法の適用を検討する.

式(4)の左辺第1項と2項を無視して得られる q の表示式を式(3)に代入すると式(5)が得られる.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_{max} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{max}} \right) \right\} = a^2 T \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} \quad (5)$$

上式を $t = \tau$, $x = x + \omega_k t$ で定義される移動座標系での式に座標変換し変数も変換すると, 式(5)は次のバーガース方程式に変換される. $\omega_k = \rho_1 u_{max} / \rho_{max}$ である.

$$\frac{\partial \delta b}{\partial \tau} + \delta b \frac{\partial \delta b}{\partial \xi} = a^2 T \frac{\partial^2 \delta b}{\partial \xi^2} \quad (6)$$

ここに, δb は次式で定義される.

$$\delta b = -\frac{2u_{max}\delta\rho}{\rho_{max}}, \rho = \frac{\rho_1 + \rho_{max}}{2} + \delta\rho \quad (7)$$

図-4 には初期条件がステップ関数の場合のバーガース方程式の解も図示した. FVM の結果より波先の分布形が若干滑らかだがほぼ同様の分布形を示している.

7. おわりに 今後, ミクロ・シミュレーションの境界条件に対応した FVM の計算法について検討したい.

参考文献: 1) 杉山雄規: [特集]交通流, 交通流の物理, 日本流体力学会誌 ながれ 22, 95-108, 2003. 2) Newell, G.F., Nonlinear effects in the dynamics of car following, J. Opns. Res. Soc. Am. Vol.9, pp.209-229, 1961. 3) 細田 尚・小田克磨・白井秀和, ダイナミック流体モデルによる信号急変時の渋滞波伝播に関する新たな解釈, 土木学会年次学術講演会講演概要集, IV-42, 2020. 4) Payne, H.J., Mathematical Models of Public Systems, Simulation Council Proceedings Vol.1, pp.51, 1971. 5) 細田尚: 水理公式集例題プログラム集 (土木学会編), 第2編河川編, 例題 2-9 常流・射流混在流れ, 2002.