車列に与えられた擾乱の伝播特性に関する一考察

中日本高速道路　正会員　〇小田　克磨
フェロー会員　細田　尚

1．はじめに

本研究は，一定間隔，一定速度で移動する車列に強制的に微小擾乱を与えたときの，その後の擾乱の伝播特性について検討する．まずミクロ・モデルとして最適速度モデルを用いてシミュレーションを実施し，車両間隔の逆数で定義される密度の空間分布の伝播過程を再現する．次にシミュレーション結果を予測できるモデルとしてダイナミック流体モデルの近似である拡散モデルを考える．初期一様密度からの微小擾乱の挙動を再現できると考えられる移流拡散方程式の解とシミュレーション結果を比較検討することにより，車列に与えられた擾乱の伝播過程が拡散モデルで予測可能であることを示す．

2．ミクロ・シミュレーションの計算条件と解析結果

一車線を複数の車両が一様速度u_1(m/s)で走っている状況を考える．$t=0$(s)で先頭車両がαu_1(m/s)に減速し，10m の一定距離を走った後，再び元の速度に回復する状況を想定する．このとき，**図-1** で示したような上に凸の密度分布が発生し上流あるいは下流方向に伝播することが予想される．

ミクロモデルに最適速度モデル[1](式(1)), 最適速度関数UにGreenshields の式(2)を用いて上記のシミュレーションを実施した．数値解析法には Verlet 法を適用し，用いるパラメータの値は $u_{max}=15.0$(m/s)，$\rho_{max}=0.25$(台/m)，$T=0.10$(s)，減速係数$\alpha=0.5$とし，初期車間距離l_0を変化させて解析を行った．

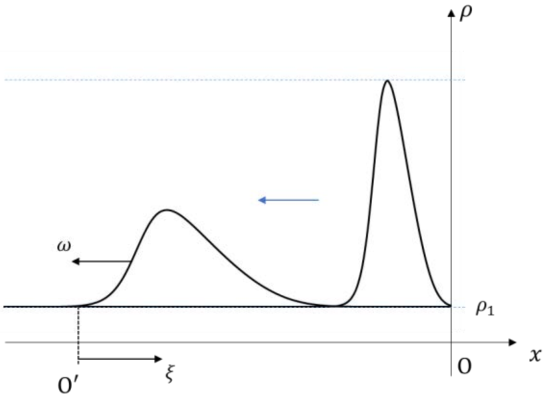

図-1　用いた座標系と渋滞波の遡上現象

$$\frac{d^2x_n}{dt^2}=\frac{1}{T}\left[U\{x_{n+1}(t)-x_n(t)\}-\frac{dx_n(t)}{dt}\right] \tag{1}$$

$$U\{x_{n+1}(t)-x_n(t)\}=u_{max}\left[1-\frac{1}{\rho_{max}\{x_{n+1}(t)-x_n(t)\}}\right] \tag{2}$$

図-2 はl_0 =10(m)とした場合の密度偏差の空間分布の時間変化を示している．この条件の場合は，時間の増加に伴い密度分布が減衰しながら進行方向に移動していく様子が再現されている．さらに，**図-3** には空間分布のピーク位置と時間の関係を，**図-4** にはピークの値の時間的な減衰過程を示した．両者とも後述する移流拡散方程式の解に適合している．**図-5** は$l_0=6$(m)の場合の密度偏差の空間分布の時間変化である．この場合は分布形は上流側（進行方向とは逆方向）に移動している．

3．ダイナミック流体モデルに対する拡散モデル

交通流のダイナミック流体モデル(Payne モデル[1])の基礎式は以下の式(3)，(4)で表される．

（質量保存則）
$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial\rho u}{\partial x}=0 \tag{3}$$

（運動方程式）
$$\frac{\partial q}{\partial t}+\frac{\partial uq}{\partial x}+a^2\frac{\partial\rho}{\partial x}=\frac{u_{max}}{T}\rho\left(1-\frac{\rho}{\rho_{max}}\right)-\frac{q}{T} \tag{4}$$

ここに，ρは交通流の密度，uは車両の速度，qはρuで定義される交通流量，xは空間座標，tは時間，Tは運転手の反応遅れ時間，u_{max}とρ_{max}は Greenshields の式のパラメータで，それぞれ車両の最高速度と最大密度を示す．また，$a^2=\frac{u_{max}}{2T\rho_{max}}$である．

キーワード　交通流，渋滞波，拡散モデル
連絡先　〒604-0951　京都府京都市中京区晴明町 674-3-202　E-mail: tshosoda0776@gmail.com

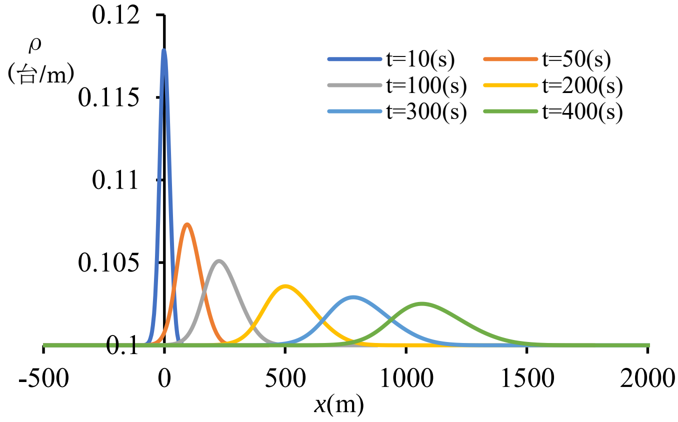

図-2　密度の擾乱の伝播過程($\rho_1 = 0.1$)

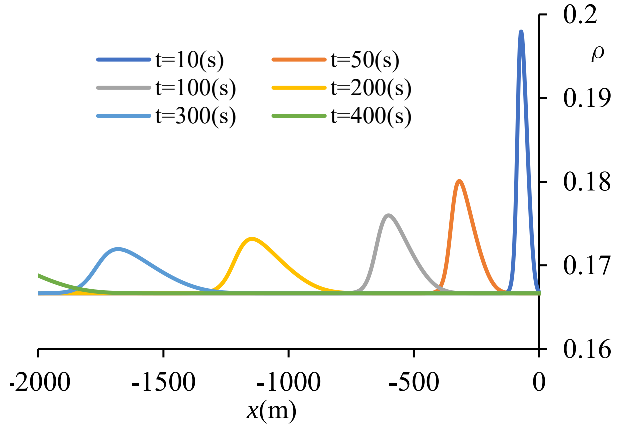

図-5　密度の擾乱の伝播過程($\rho_1 = 1/6$)

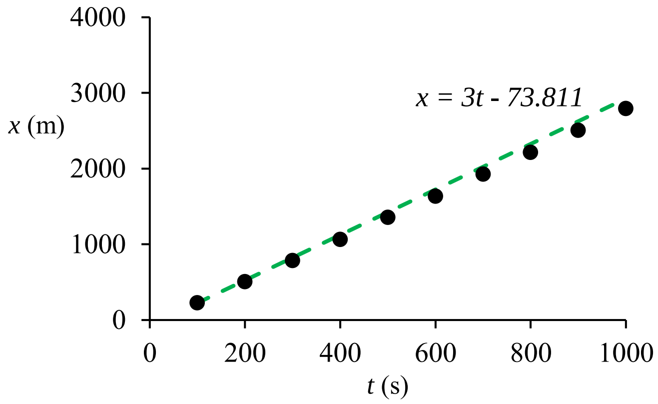

図-3　ピーク位置の伝播過程($\rho_1 = 0.1$)

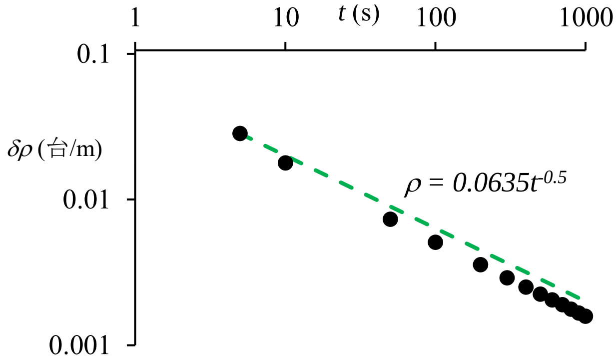

図-4　ピーク値の減衰過程($\rho_1 = 0.1$)

運動方程式(4)の左辺第 1 項，第 2 項を無視すると式(5)になる．

$$q = u_{max}\rho\left(1-\frac{\rho}{\rho_{max}}\right)-a^2T\frac{\partial\rho}{\partial x} \tag{5}$$

この式(5)を式(1)に代入したものが次式(6)であり交通流の拡散モデルと呼ばれる．洪水流の場合の速水の拡散理論に対応している．

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+u_{max}\frac{\partial}{\partial x}\left\{\rho\left(1-\frac{\rho}{\rho_{max}}\right)\right\}-a^2T\frac{\partial^2\rho}{\partial x^2}=0 \tag{6}$$

基底密度からの微小な偏差$\delta\rho$を用いて$\rho = \rho_1 + \delta\rho$と記述し，それを式(6)に代入後$\delta\rho^2$の項を無視すれば，式(6)は以下の移流拡散方程式(7)になる．

$$\frac{\partial\delta\rho}{\partial t}+(u_1-\omega_k)\frac{\partial\delta\rho}{\partial x}=a^2T\frac{\partial^2\rho}{\partial x^2}\qquad\left(\omega_k\equiv u_{max}\frac{\rho_1}{\rho_{max}}\right) \tag{7}$$

ただし，ω_kは先頭車を急停止させた場合に発生する連続急変分布の伝播速度であり[2)]，形式的には古典的なキネマティック・ショックの伝播速度[3)]に一致する．$u_1-\omega_k$が本研究で対象としている現象に対するキネマティック・ウェーブの速度でありu_1とω_kの大小に応じて擾乱は進行方向あるいは後方に伝播することになる．

ミクロモデルを用いた計算結果を示した**図-2~図-5** をみると，擾乱波は伝播方向，伝播速度およびピーク値の減衰過程に関して移流拡散方程式に従って伝播していることが分かる．

4．おわりに

今後，本解析結果と実際の交通流現象との関連について検討したいと考えている．

[参考文献] 1) Payne, H.J.: Models of freeway traffic and control, Simulation Councils Proc. Ser. : Mathematical Models of Public Systems, 1 no.1, pp.51-61, editor G.A. Bekey, La Jolla, CA,1971. 2) 細田　尚・小田克磨・白井秀和：ダイナミック流体モデルによる信号急変時の渋滞波伝播に関する新たな解釈，令和 2 年度土木学会全国大会年次学術講演会講演概要集，IV-42，2020. 3) ハーバーマン, R.（中井暉久訳）：交通流の数学モデル，現代数学社，1981.