弾塑性・損傷モデルによるトンネルの膨潤解析

東北大学大学院工学研究科 学生会員 ○劉 暁東
東北大学大学院工学研究科 正会員 山田 正太郎
東北大学大学院工学研究科 正会員 京谷 孝史

1. はじめに

近年，建設から数十年経つトンネルなどの地中構造物が岩盤の膨潤によって破壊されると言った事象が多数発生している．本研究では膨潤性地山におけるトンネルの盤ぶくれ問題に対して，弾塑性・損傷モデルを構築し，陰的な応力更新アルゴリズムの定式化を行う．また，実際に変状が生じた盃山トンネルを対象に膨潤解析を行い，開発したモデル及び計算手法の妥当性と有効性を検証する．

2. 解析のプロセス及びモデルの構築

本研究では，岩盤の吸水膨潤に伴う，トンネルの変状や応力分布を正確に評価するために，下記の三つの解析を行った．

(1) 自重解析

トンネルの掘削解析を実行するため，掘削前の地盤の応力情報が必要である．この応力状態を得るために，自重解析を行う．

(2) 掘削解析

自重解析後，トンネルの掘削に伴う応力解放を評価するために，掘削解析を行う．

(3) 膨潤解析

トンネル掘削後，膨潤解析を行う．岩盤の膨潤挙動に対する弾塑性・損傷モデルの基本式は下記の通りである．

ひずみ速度加算分解：

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{swe} \tag{1}$$

亜弾性構成則：

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e \tag{2}$$

ここで，膨潤に伴う損傷を考慮した弾性係数テンソルは下記のように表せる．

$$\mathbb{C} = (1 - D_{(\varepsilon^s, \boldsymbol{\varepsilon}^p)})\ \overline{\overline{\mathbb{C}}}_{(\sigma)} \tag{3}$$

損傷変数 D は下記のような指数関数で与える．

$$D_{(\varepsilon^s, \boldsymbol{\varepsilon}^p)} = D_\infty\,[1 - \exp(-\chi)] \tag{4}$$

D_∞ は損傷の最大値を表すパラメータである．損傷履歴パラメータ χ は塑性ひずみと膨潤ひずみに依存することと仮定する．具体的には下記のように与える．

$$\chi = a\sqrt{\frac{2}{3}}\|\boldsymbol{e}^p\| - c\varepsilon_v^s \tag{5}$$

ここで，$\boldsymbol{e}^p$ と ε_v^s それぞれは偏差塑性ひずみと体積膨潤ひずみである．a と c は損傷の進展速さを決めるパラメータである．

$\overline{\overline{\mathbb{C}}}_{(\sigma)}$ は平均応力に依存した元の修正 Cam-Clay モデルの弾性係数テンソルであり，下記のように表せる．

$$\overline{\overline{\mathbb{C}}}_{(\sigma)} = \overline{\mathbb{C}}\ p \tag{6}$$

なお，本モデルの降伏関数 f、流れ則、硬化パラメータは従来の修正 Cam-Clay モデルと等しいため，説明を省略する．

体積膨潤ひずみ ε_v^s は下記のような関係より決まる．

$$\varepsilon^s_{v\ (p)} = m_s\, S_w\, \varepsilon^s_{v_{max}(p)} \tag{7}$$

ここで，m_s は初期の単位体積の母岩材に含まれる膨潤性鉱物 (モンモリロナイトなど) の含有率，S_w は膨潤飽和度である．拘束圧に依存した最大体積膨潤ひずみ $\varepsilon^s_{v_{max}(p)}$ は Grob[1] に倣い，下記のように与える．

$$\varepsilon^s_{v_{max}(p)} = \begin{cases} \dfrac{\ln p_{s_c} - \ln p}{\ln p_{s_c} - \ln p_{s_0}}\varepsilon^{s_0}_{v_{max}} & (p < p_{s_c}) \\ 0 & (p \geq p_{s_c}) \end{cases} \tag{8}$$

ここで，p_{s_0} と p_{s_c} はそれぞれ参照平均応力と膨潤の発生に関する平均応力の閾値である．$\varepsilon^{s_0}_{v_{max}}$ は膨潤性鉱物単体が参照平均応力状態において生じ得る最大体積膨潤ひずみである．

以上が本研究において修正 Cam-Clay モデルをベースに提案したスメクタイト鉱物の吸水膨潤伴う岩盤の弾塑性・損傷モデルである．

3. 膨潤解析におけるリターンマッピングアルゴリズムの構築

本節では，上節で構築したモデルに対して，リターンマッピングアルゴリズムの定式化を行う[2]．陰的応力更新のために，解くべき方程式は式 (9) のようにまとめられる．

$$\begin{cases} \boldsymbol{R}_{\sigma\ n+1}(\boldsymbol{\sigma}, \Delta\gamma) & = \boldsymbol{\sigma}_{n+1} - \boldsymbol{\sigma}_n - \mathbb{C}_{(\sigma\ ;\ \varepsilon^s, \boldsymbol{\varepsilon}^p)} : \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^e \\ R_{f\ n+1}(\boldsymbol{\sigma}, \Delta\gamma) & = MD\left[\ln\left(\dfrac{p}{p_{c_0}}\right) + \ln\left(\dfrac{M^2 + \eta^2}{M^2}\right)\right] \\ & \quad -\left(\varepsilon^p_{v\ n} + \Delta\gamma \boldsymbol{I}_{(2)} : \dfrac{\partial f_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}}\right) \end{cases} \tag{9}$$

修正量 $[\delta\boldsymbol{\sigma}, \delta(\Delta\gamma)]$ を求めるために，式 (9) を線形化する．

Key Words: 弾塑性，損傷，掘削，膨潤，リターンマッピング，整合接線係数
〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06, TEL 022-795-7425

$$
\begin{cases} \boldsymbol{R}_{\sigma\ n+1} + \dfrac{\partial \boldsymbol{R}_{\sigma\ n+1}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} : \delta\boldsymbol{\sigma} + \dfrac{\partial \boldsymbol{R}_{\sigma\ n+1}}{\partial(\Delta\gamma_{n+1})}\delta(\Delta\gamma) = \boldsymbol{0} \\ R_{f\ n+1} + \dfrac{\partial R_{f\ n+1}}{\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}} : \delta\boldsymbol{\sigma} + \dfrac{\partial R_{f\ n+1}}{\partial(\Delta\gamma_{n+1})}\delta(\Delta\gamma) = 0 \end{cases} \tag{10}
$$

式 (10) を解く際に，弾性負荷場合と塑性負荷場合の二パータンの修正計算を行う．

弾性負荷場合，塑性乗数の増分 $\Delta\gamma = 0$ であるので，応力の修正量 $\delta\boldsymbol{\sigma}$ は以下のように求められる．

$$
\delta\boldsymbol{\sigma} = -\left[\frac{\partial \boldsymbol{R}_{\sigma\ n+1}}{\partial\boldsymbol{\sigma}}\right]^{-1} : \boldsymbol{R}_{\sigma\ n+1} \tag{11}
$$

塑性負荷の場合，主変数の修正量 $[\delta\boldsymbol{\sigma}, \delta(\Delta\gamma)]$ を以下のように求める．

$$
\begin{cases} \delta(\Delta\gamma) = \dfrac{R_{f\ n+1} - \dfrac{\partial R_{f\ n+1}}{\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}} : \left[\dfrac{\partial \boldsymbol{R}_{\sigma\ n+1}}{\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}\right]^{-1} : \boldsymbol{R}_{\sigma\ n+1}}{\dfrac{\partial R_{f\ n+1}}{\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}} : \left[\dfrac{\partial \boldsymbol{R}_{\sigma\ n+1}}{\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}\right]^{-1} : \dfrac{\partial \boldsymbol{R}_{\sigma\ n+1}}{\partial(\Delta\gamma_{n+1})} - \dfrac{\partial R_{f\ n+1}}{\partial(\Delta\gamma_{n+1})}} \\ \delta\boldsymbol{\sigma} = -\left[\dfrac{\partial \boldsymbol{R}_{\sigma\ n+1}}{\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}\right]^{-1} : \left[\boldsymbol{R}_{\sigma\ n+1} + \dfrac{\partial \boldsymbol{R}_{\sigma\ n+1}}{\partial(\Delta\gamma_{n+1})}\delta(\Delta\gamma)\right] \end{cases} \tag{12}
$$

全体系の釣り合い式を Newton-Raphson 法で解く際には，応力更新アルゴリズムに整合する接線係数が必要となる．上記の陰的な応力更新アルゴリズムの整合接線係数 $\boldsymbol{C}^{ep}$ は以下のように表すことができる．

$$
\boldsymbol{C}^{ep} = \boldsymbol{\Xi}_{n+1} : \mathbb{C}_{n+1} - \frac{\boldsymbol{\Xi}_{n+1} : \mathbb{C}_{n+1} : \boldsymbol{\beta}_{n+1} \otimes \boldsymbol{\zeta}_{n+1} : \boldsymbol{\Xi}_{n+1} : \mathbb{C}_{n+1}}{\boldsymbol{I}_{(2)} : \dfrac{\partial f_{n+1}}{\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}} + \boldsymbol{\zeta}_{n+1} : \boldsymbol{\Xi}_{n+1} : \mathbb{C}_{n+1} : \boldsymbol{\beta}_{n+1}} \tag{13}
$$

ここに，

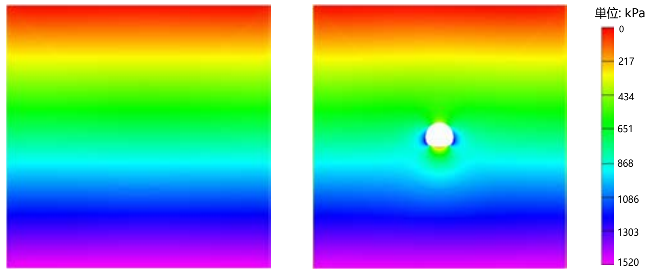
$$
\begin{cases} \boldsymbol{\Xi}_{n+1} = \Bigg[\mathbb{I}^{sym}_{(4)} - \dfrac{\partial\,\mathbb{C}_{n+1}}{\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}} \overset{*}{*} \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^{e} + \Delta\gamma_{n+1}\mathbb{C}_{n+1} : \dfrac{\partial^2 f_{n+1}}{\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}} \\ \qquad - \dfrac{1}{9} w\, \mathbb{C}_{n+1} : \boldsymbol{I}_{(2)} \otimes \boldsymbol{I}_{(2)} + \dfrac{1}{9} w \dfrac{\partial\,\mathbb{C}_{n+1}}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}^{s}_{n+1}} \overset{*}{*} \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^{e} : \boldsymbol{I}_{(2)} \otimes \boldsymbol{I}_{(2)} \\ \qquad - \Delta\gamma_{n+1} \dfrac{\partial\,\mathbb{C}_{n+1}}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}^{p}_{n+1}} \overset{*}{*} \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^{e} : \dfrac{\partial^2 f_{n+1}}{\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}\Bigg]^{-1} \\ w = \dfrac{m_s\, \varepsilon^{s_0}_{v_{max}} S_{w\ n+1}}{\ln p_{s_c} - \ln p_{s_0}} \dfrac{1}{p_{n+1}} \\ \boldsymbol{\beta}_{n+1} = \left[\dfrac{\partial f_{n+1}}{\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}} - \mathbb{C}^{-1}_{n+1} : \dfrac{\partial\,\mathbb{C}_{n+1}}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}^{p}_{n+1}} \overset{*}{*} \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^{e} : \dfrac{\partial f_{n+1}}{\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}\right] \\ \boldsymbol{\zeta}_{n+1} = \left[\dfrac{\partial f_{n+1}}{\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}} - \Delta\gamma_{n+1}\boldsymbol{I}_{(2)} : \dfrac{\partial^2 f_{n+1}}{\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}\right] \end{cases}
$$

である．なお，上式の演算子 $\overset{*}{*}$ については，$(\blacksquare \overset{*}{*} \bullet)_{ijpq} = \blacksquare_{ijklpq} \bullet_{kl}$ である．

4. 解析例

(1) 自重及び掘削解析結果

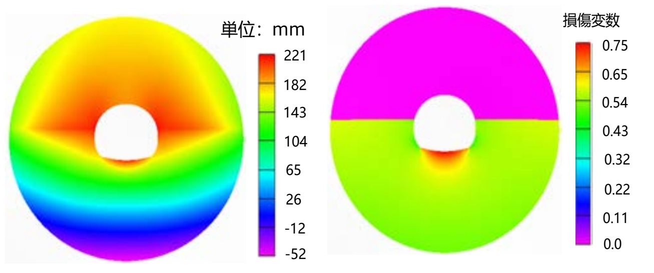
解析モデルの寸法を $100m \times 100m \times 1m$ に設定し，自重解析と掘削解析を行った．自重による平均有効応力の分布を図 1 の左側に示す．自重の効果で平均応力が深さに比例して漸増していくことが確認できる．自重解析に引き続き掘削解析を行った．掘削完了時の平均応力分布を図 1 の右側に示す．掘削に伴う応力解放及び応力再配布を確認できる．



図–1 平均応力分布（左：自重解析後，右：掘削解析後）

(2) 膨潤解析結果

掘削解析の応力状態に基づき，トンネルの下半分の領域を膨潤領域とし，膨潤解析を行った．なお，膨潤解析に関するパラメータの設定については，奥井ら[3] の文献を参考にした．トンネル周囲の膨潤解析結果を図 2 に示す．図 2 の左側に示す鉛直方向の変位分布を見ると，インバート中央における隆起量約は $20cm$ であることが分かる．また，図 2 の右側に示すように，膨潤に伴う損傷進展状況を見ると，トンネルインバート直下では顕著に損傷が進展していることを確認できる．



図–2 膨潤解析結果（左：鉛直方向変位，右：損傷変数）

5. 結論

本研究では，膨潤性地山におけるトンネルの挙動を定量的に評価するための解析プロセスを示した．また，岩盤膨潤に伴う強度劣化・剛性低下現象に対する弾塑性・損傷モデルを構築し，リターンマッピングアルゴリズムの定式化を行った．更に開発した数値解析コードを用いた数値解析例を示すことで，定量評価が可能であることを示した．

参考文献

1) Grob, H. (1971), Schwelldruck im Belchentunnel (Swelling pressure in the Belchen tunnel), International Symposium for Tunneling, pp 99-119 (in German)
2) Simo, J.C. and Hughes, T.J.R. (1998), "Computational Inelasticity", *New York: Springer*
3) 奥井等 (2009)，盃山トンネルに発生した急激な路面隆起変状の計測および解析による変状メカニズムの考察，トンネル工学報告集第 19 巻，pp. 173-180