

ガウス過程回帰を用いた地盤物性値のトレンド成分とランダム成分の分離

東京都市大学 学生会員 ○富澤 幸久
東京都市大学 正会員 吉田 郁政
東北大学 正会員 大竹 雄

1. はじめに

構造物の杭や基礎の設計、堤防や斜面など地盤構造物の安全管理を行う上で、地盤物性値の3次元空間分布を正確に把握することは非常に重要である。近年、建設現場で Construction Information Modeling/Management(以下 CIM)の導入が進んでおり、より正確な地盤状態の把握を行うことで、工事の効率化やリスク軽減が期待できる。物性値の空間分布を理解する上で、トレンド成分とランダム成分に分離し、地盤の層区分や層内でのばらつきを把握することは重要である。しかし、3次元空間でトレンド成分とランダム成分に分離を行う研究事例は国内では少ない。地盤工学分野の空間分布推定において頻繁に用いられる地球統計学の中心的な手法であるクリギング¹⁾や、ガウス過程回帰²⁾ (Gaussian Process Regression, 以下 GPR) (クリギングと原理的には同一) は、確率的な手法であり推定値だけでなく推定値の不確定性の評価ができる特徴を持つ。

本研究では複数の確率場を重ね合わせた GPR を用いて地盤物性値のトレンド成分とランダム成分を同時に推定する手法を提案する。実測データに対して3次元空間の任意の2次元断面の推定とその不確定性の評価を行った一例を示す。

2. GPR を用いた推定の定式化

観測量ベクトル $\mathbf{z}$ はトレンド成分とランダム成分の確率分布の重ね合わせから成るとする。添え字 l は1をトレンド成分、2をランダム成分とし、推定値ベクトル $\mathbf{w}_{l,2}$ の推定式を式(1)に示す。

$$\mathbf{w}_{l,2} = \mathbf{M}_{l,12}^T [\mathbf{M}_{l,11} + \mathbf{M}_{l,11}]^{-1} \mathbf{z} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{M}_{l,ij}$: 共分散行列である。添え字 i, j は1を観測の地点、2を推定の地点とする。物性の推定値は

トレンド成分とランダム成分の推定値の総和から求める。共分散行列の各要素は、式(2)より求める。

$$\text{cov}_l(s, s') = \sigma_l^2 \times k_l(d_h | \delta_{l,h}) k_l(d_v | \delta_{l,v}) \quad (2)$$

ここで、 s : 座標値、 σ_l : 確率場の標準偏差、 $k_l(d | \delta_l)$: 自己相関関数、 d : 2点間距離、 δ_l : scale of fluctuation³⁾ (以下、SOF) である。添え字 h, v は、水平方向と鉛直方向を表し、自己相関関数は水平方向と鉛直方向の積とする。水平方向と鉛直方向の2点間距離は、式(3)から求める。

$$d_h = \sqrt{(s_1 - s_1')^2 + (s_2 - s_2')^2}, \quad d_v = |s_3 - s_3'| \quad (3)$$

ここで、座標値 s の添え字は、1, 2を水平方向、3を鉛直方向とする。自己相関関数は、式(4)に示す Whittle-Matérn⁴⁾の自己相関関数を用いる。

$$k(d | \delta_l) = \frac{2}{\Gamma(\nu)} \left(\frac{\sqrt{\pi} \Gamma(\nu + 0.5) d}{\Gamma(\nu) \delta} \right)^\nu K_\nu \left(\frac{2\sqrt{\pi} \Gamma(\nu + 0.5) d}{\Gamma(\nu) \delta} \right) \quad (4)$$

ここで、 Γ : ガンマ関数、 K_ν : 変形された次数 ν の第2種のベッセル関数、 ν : smoothness parameter(以下、SP)である。推定に使用するパラメータは最尤法を用いて算出する。物性の推定値の標準偏差を式(5)に示す推定点の事後共分散行列 $\mathbf{P}_{3,22}$ の対角成分の平方根より求め、95%信頼区間(推定値 $\pm 1.96 \times$ 標準偏差)を算出する。

$$\mathbf{P}_{3,22} = [\mathbf{M}_{1,22} + \mathbf{M}_{2,22}] - [\mathbf{M}_{1,12} + \mathbf{M}_{2,12}]^T [\mathbf{M}_{1,11} + \mathbf{M}_{2,11}]^{-1} [\mathbf{M}_{1,12} + \mathbf{M}_{2,12}] \quad (5)$$

3. 実測データの概要と推定の一例

推定に使用する実測データは、利根川堤防の4地点で行われたコーン貫入試験より得られた物性から求めた変換 N 値(N_c)である⁵⁾。図-1に各ボーリング地点と推定断面位置の平面図を示す。推定断面は a-a' 間の深さ 0 から 22m までの面である。表-1に最尤法

キーワード 空間分布推定、地盤物性値、ガウス過程回帰、トレンド成分、ランダム成分

連絡先 〒158-8557 東京都世田谷区玉堤 1-28-1 東京都市大学 都市工学科 TEL 03-5707-0104

より算出したパラメータの値を示す．今回使用したボーリングデータは 4 本と少ないため，トレンド成分の水平方向の SOF は既往の文献⁴⁾から 80m と仮定し，トレンド成分の SP は予備検討より 20 と仮定する．図-2 に a-a'における深度 15m 水平方向の物性の推定値, 95%信頼区間, ランダム実現値を 15 本示す．物性値の観測点 a, a'や D 地点に近づく中心付近で信頼区間が狭まり不確定性が小さくなっている．ランダム実現値も信頼区間と同様なばらつきを示している．図-3 に推定断面のトレンド成分の推定，図-4 に推定断面の物性の推定結果を示す．トレンド成分は深度方向に増加し，変動が緩やかな推定，物性はランダム成分を含むため，変動の激しい分布が推定されている．

4. おわりに

本報告では，複数の確率場を重ね合わせた GPR で地盤物性値のトレンド成分とランダム成分を同時に推定する手法の提案を行った．実測データに対して 3 次元空間の任意の 2 次元断面の推定と推定の不確定性の評価を行い，良好な推定を行うことができた．

参考文献

- 1) 間瀬茂：地球統計学とクリギング法 R と GeoR によるデータ解析，オーム社，2010.
- 2) 持橋大地：ガウス過程と機械学習，講談社，2019.
- 3) Vanmarck：RANDOM FIELDS Analysis and Synthesis, World Scientific Publishing corporation, 2010.
- 4) Cami et al.：Scale of Fluctuation for Spatially Varying Soils-Estimation Methods and Values-, ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering, 6(4): 03120002, 2020.
- 5) 建設省土木研究所耐震技術研究センター動土質研究室，社団法人全国地質調査業協会連合会：地盤の液状化抵抗の評価に関するサウンディング・サンプリング手法の実証実験報告書，1998.

表-1 最尤法より算出したパラメータ値

トレンド成分				ランダム成分			
標準偏差	SOF (水平)	SOF (鉛直)	SP	標準偏差	SOF (水平)	SOF (鉛直)	SP
14.8	80(仮定)	17.4	20(仮定)	4.01	5.73	0.59	0.82

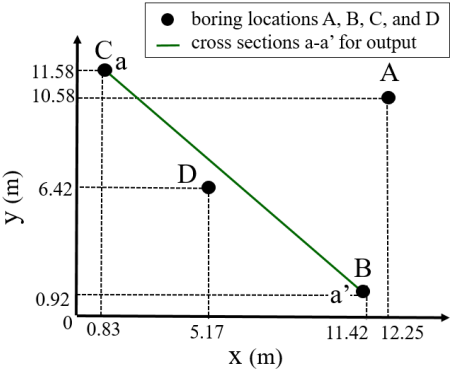


図-1 観測データと推定断面の平面図

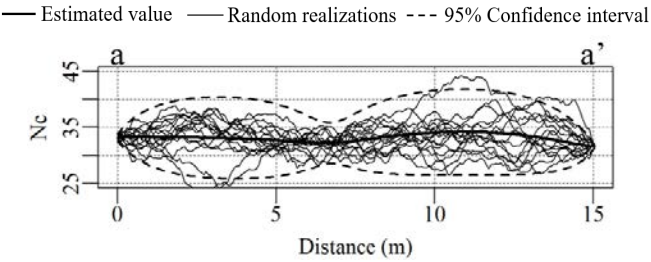


図-2 a-a'間深度 15m 水平方向の物性の推定

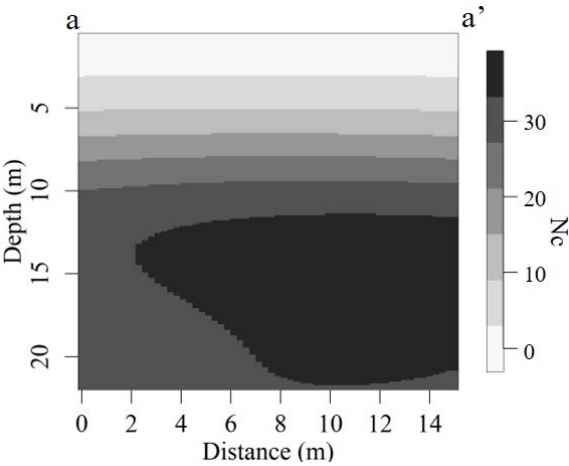


図-3 a-a'断面のトレンド成分の推定

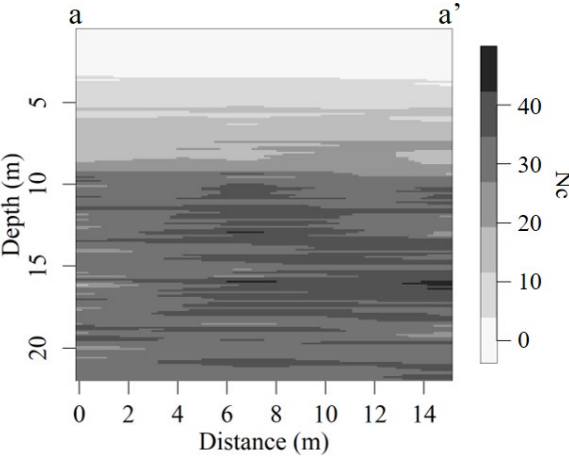


図-4 a-a'断面の物性の推定