

無限軌道・走行台車連成系の動的応答期待値解析

新潟大学大学院自然科学研究科

学生員 由野 舜

新潟大学工学部社会基盤工学プログラム

正会員 阿部 和久

新潟大学工学部社会基盤工学プログラム

正会員 紅露 一寛

1. はじめに

走行列車と軌道系の動的応答特性の把握は、設計や管理の上で重要である。なお、列車走行時における主な振動は、レール・車輪間凹凸によるものと、まくらぎで離散支持されたレールの見かけの支持剛性に起因するパラメータ加振によるものからなる。前者はランダムな凹凸の影響を受けるため、本来確定論的な評価ができない。そこで、著者ら¹⁾はレール凹凸を定常ランダムな波形と見なし、所定の距離相関を与えることで、振動特性を応答期待値で直接求める手法を構築した。本研究では、無限周期軌道と走行台車との連成系を対象に、振動源近傍のレールと台車車輪について、レール凹凸が周波数応答期待値に及ぼす影響を調べる。

2. 解析モデルの導出

図1に示すような、レールに定常ランダムな凹凸 $r(x)$ を設けた軌道・台車連成系モデルを対象とする。一定速度 V で走行する台車を台車枠と車輪で構成する。なお、台車枠は剛体で与え、車輪軸距 x_w で配置した前後車輪は質点でモデル化する。また、台車枠には静的荷重 P が作用するものとする。レールは、間隔 L でまくらぎにより離散支持された無限長の Timoshenko ばりで表現する。まくらぎを質点で表し、まくらぎを支持する軌道パッドとまくらぎ下パッドは、周波数域の定式化において複素剛性で与える。

3. 解析手法の導出

レールの運動方程式を時間について Fourier 変換する。さらに、この運動方程式やレール凹凸、台車枠・車輪間および車輪・レール間の接触力を位置 x の関数で表し、 x についてまくらぎ間隔 L の下で Floquet 変換²⁾する。ある関数 $g(x)$ の Floquet 変換 $\tilde{g}(\tilde{x})$ は次式のように級数展開できる。

$$\tilde{g}\left(\frac{\tilde{x}}{V}, \kappa\right) = \sum_n g_i(\kappa) e^{-iZ_n \tilde{x}}, \quad Z_n = \frac{2n\pi}{L} + \kappa \quad (1)$$

ここで、 $\tilde{x}$ は $(0, L)$ 間の実数、 κ は Floquet 波数である。

Floquet 変換した上述の諸方程式より、レール・車輪間接触力、レール凹凸、静的荷重の展開係数 $f_i(\kappa)$, $r_i(\kappa)$, $P_i(\kappa)$ に関する次の無限連立方程式を導出する。

$$[\mathbf{A}(\kappa)]\{\mathbf{f}(\kappa)\} = [\mathbf{B}(\kappa)]\{\mathbf{r}(\kappa)\} - K\{\mathbf{P}(\kappa)\} \quad (2)$$

ここで、 K はレール・車輪間バネや台車構成などから定まる係数である。

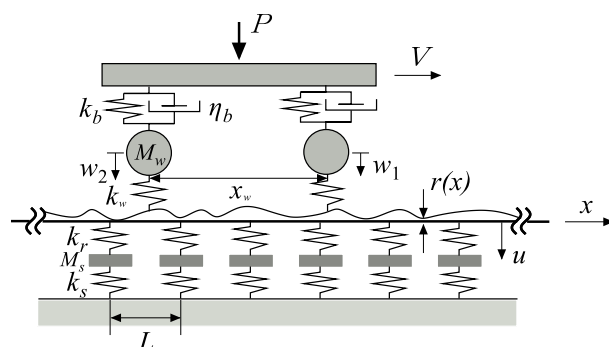


図1 軌道・台車連成系

式(2)を $\{\mathbf{f}\}$ について解き、レールたわみおよび車輪変位の展開係数に代入する。さらに、逆 Floquet 変換を介することで、まくらぎ1区間内の点 $\tilde{x}$ におけるレールたわみのエネルギースペクトル密度 (ESD), および車輪加速度のパワースペクトル密度 (PSD) の期待値 E_u と E_w が次の様に導出される。

$$\begin{aligned} E_u &= \frac{1}{2\pi} \sum_n \int_0^{2\pi/L} |\alpha_n(\kappa)|^2 S_r(Z_n - \frac{\omega}{V}) d\kappa + P|\beta|^2, \\ E_w &= \frac{1}{VM_w^2} \sum_n |C_n(\frac{\omega}{V})|^2 S_r(\frac{2\pi n}{L} + \frac{\omega}{V}) \\ &\quad + 2\pi \left(\frac{k_w P}{M_w}\right)^2 \sum_{n \neq 0} |b_n|^2 \delta(\frac{2n\pi}{L} V - \omega) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 α_n , β , C_n , b_n は式(2)より求めたレールたわみや車輪変位解に関する係数、 S_r はレール凹凸の PSD, δ はデルタ関数である。

式(3)より、 E_u , E_w がレール凹凸に起因する項とパラメーター加振に関する項から構成されることがわかる。また、ある周波数 ω における E_w は、レール凹凸 PSD の離散波数成分 $(2\pi/L + \omega/V)$ の重畳により構成される。

4. 解析条件

まくらぎ間隔 $L=0.6\text{m}$ で離散支持された 50kgN レールを対象とする。レール1本当たりのまくらぎ質量は 100kg , 台車枠質量と回転慣性およびばね下質量はそれぞれ 1500kg , $500\text{kg}\cdot\text{m}^2$, 600kg とする。また、車輪軸距 $x_w=2.1\text{m}$ の台車は一定速度 30m/s で走行するものとし、作用する静的荷重を 140kN と設定した。各種バネについては、 $k_b=1.0\text{MN/m}$, $k_w=1.5\text{GN/m}$, $k_r=50\text{MN/m}$, $k_s=30\text{MN/m}$ とし、パッドの減衰は loss factor 0.15 で与えた。

キーワード: 軌道構造, レール凹凸, Floquet 変換

連絡先: 〒950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地 TEL: 025(262)7028

5. 解析結果

(1) レール凹凸 PSD が車輪加速度 PSD の期待値に及ぼす影響

レール凹凸 PSD を次式で与えた時の、車輪加速度 PSD の期待値をそれぞれ図 2 に示す。

$$S_{r1} = \sqrt{\pi} d \sigma^2 e^{(-\frac{\omega^4}{2})^2}, \quad S_{r2} = \frac{28.44 \times 10^{-7}}{k^4} \quad (4)$$

ここで、 k は離散化した Floquet 波数であり、標準偏差 σ および相関長 d は $1.0 \times 10^{-5} \text{m}$, 0.2m とした。なお、 S_{r2} は文献³⁾を参考に設定した。

図 2 において、設定したレール凹凸 PSD により応答に差が生じるが、台車枠・車輪の共振周波数とパスバンドに変化はなく、パスバンド内では車輪加速度 PSD 期待値の増減傾向が一致していることがわかる。

(2) 単位凹凸 PSD に対するレール振動加速度の期待値

式 (3) 第 1 式の右辺第一項目より、レール凹凸に起因する成分 E_{u1} は、波数積分を離散近似すると、形式的に次式で与えられる。

$$E_{u1} \approx \sum_j h_j(\omega) S_{rj} \quad (5)$$

ここで、 h_j は $|\alpha_n|^2$ の第 j 微小波数区間の積分値、 S_j は当該区間中央波数における S_r である。

よって、この項はレール凹凸の単位 PSD に対する応答成分 (レセプタンス) h_j と、実際のレール凹凸 PSD とに分離して評価できる。

まくらぎ直上において求めた $h_j(\omega)$ に ω^4 を乗じて加速度変換したものを図 3 に示す。図 3 の波数 (κ)-周波数 (ω) 平面において、走行線 $\omega = V\kappa$ 付近で卓越しており、波数 k の凹凸上を速度 V で走行する際に励起される振動がこれに相当していることがわかる。また、それと平行に次式で与えられる線群上にも応答のピークが分布しており、走行線を基本として、そこにまくらぎ通過周波数の高調波成分が重畳されていることがわかる。

$$\omega_n = V(k + \frac{2n\pi}{L}) \quad (n \in \mathbb{Z}) \quad (6)$$

(3) 単位凹凸 PSD に対する車輪加速度 PSD の期待値

前述のとおり、式 (3) 第 2 式の右辺第 1 項目より、レール凹凸起因の車輪応答 PSD 期待値は、離散波数におけるレール凹凸 PSD と、台車・軌道連成系の動特性のみで決定する $|C_n|^2$ の積和で与えられる。 $|C_n|^2$ は、レール振動応答における h_j と同様に、レール凹凸の単位 PSD に対する応答 (レセプタンス) と見なすことができる。後輪の $|C_n|^2$ に ω^4 を乗じた加速度成分の関係を図 4 に示す。

ある ω でのレール凹凸 PSD は、 $k = \omega/V + 2n\pi/L$ の離散波数成分で構成されるが、これを ω について表記すると、

式 (6) で与えられる直線群を得る。このことは波数成分に対する車輪応答期待値が、走行線 $\omega = V\kappa$ で与えられた基本振動数と、まくらぎ通過周波数の整数倍シフト成分とで構成されていることを意味する。ただし、図より基本走行線に位置する応答成分が支配的であることが確認できる。

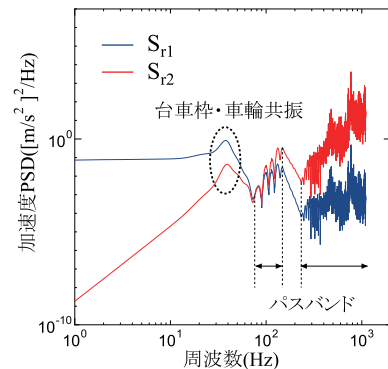


図 2 レール凹凸 PSD が車輪加速度 PSD の期待値に及ぼす影響

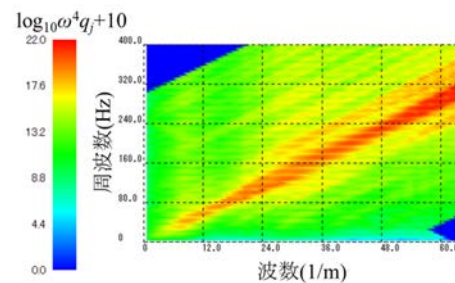


図 3 $\omega^4 q_r$ の分布

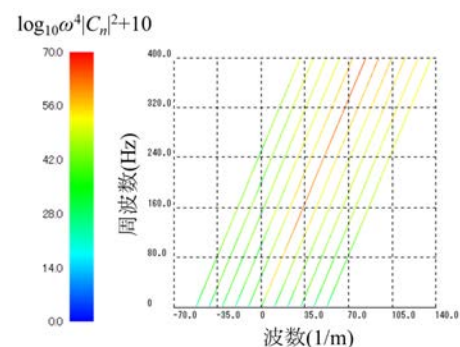


図 4 $\omega^4 |C_n(\omega/V)|^2$ の分布

6. おわりに

レール頭頂面に定常ランダムな凹凸を有する無限軌道と走行台車との連成系を対象に、レール・車輪応答期待値の計算法を導出した。振動応答期待値のレール凹凸起因成分については、軌道・台車連成系が有する応答特性と凹凸 PSD との内積で与えられ、それぞれを分離して議論できる。なお、軌道・台車連成系の動特性で決まる成分については、周波数に対応した離散的な波数成分が影響することが分かった。

参考文献

- 1) 山田壮太, 阿部和久, 紅露一寛: ランダムな凹凸を有する車輪・レール連成系の振動応答確率解析, 令和 2 年度土木学会全国大会第 75 回年次学術講演会
- 2) 阿部和久, 古屋卓穂, 紅露一寛: まくらぎ支持された無限長レールの波動伝播解析, 応用力学論文集 Vol.10, pp.1029-1036, 2007
- 3) Gupta, S., Liu, W.F., Degrande, G. and Liu, W.N.: Prediction of vibrations induced by underground railway traffic in Beijing, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.310, 2008.