

数値創成解の利用によるコンクリート材料の非線形有限要素法解析手法の検証の基礎検討

香川大学 正会員 ○本山紘希
海洋研究開発機構 フェロー会員 堀宗朗

1. はじめに

コンクリート工学や地震工学などの分野において、荷重に対するコンクリート構造物の応答を計算するための有限要素法によるコンクリート材料の計算方法が研究開発されてきているとともに、開発された計算方法は実務においても使用されている。実務での使用実績は、手法が十分な信頼性を有している一つの証左であり、高い技術水準にあることがうかがえる。一方で、開発された計算方法を含む一連の数値解析の品質保証については課題が残っており、学会においても議論がされている。

数値解析の品質保証は一般に数値解析手法の検証と妥当性の確認（Verification & Validation, V & V）により検討される。数値解析手法の検証は解くべき数理モデル（多くは偏微分方程式で表され、構造力学では波動方程式で表現される）が数値的に計算できることの検証であり、一般には解析解と比較することで検証される。妥当性の確認は、実現象との整合を確認するもので、一般には実験や観測と比較することで検証される。V & Vの観点で見ると、兵藤らが分析するように、これまでの数値解析の品質保証は妥当性の確認に重きを置いてきたと考えられる¹⁾。コンクリートなどの材料構成則が複雑な材料の計算をする場合には解析解が得られないため、数値解析手法の検証は検討をすること自体が困難であることが要因である。しかし、ひずみ軟化を含む構成則では、手法によっては解が一意に決まらない場合があるなど、数値解析手法の検証も避けられない問題である。この場合も数値解析手法の検証を実施し、元の数理モデルが与える解に数値計算の結果が収束するものであることを示さねばならない。本研究では、複雑な材料構成則を扱う有限要素法においても使用可能と考えられる数値創成解の手法（Method of Numerically Manufactured Solution）を利用して、コンクリート材料の非線形有限要素法の検証に向けた基礎的な検討を行う。

2. 数値創成解の手法

数値創成解の手法²⁾は創成解の手法（Method of Manufactured Solution）³⁾の考え方を援用して構築された手法である。創成解の手法の詳細は文献によるとして省略するが、簡単には、元の数理モデルの微分方程式に適切に設定した変位場を与え、これから計算される物体力を計算し、物体力（外力）とそれに対応する変位場を得るものである。外力に対してここで与えた変位場が創成解と呼ばれるものであり、微分方程式の解であるという点で解析解と同等のものである。通常有限要素法などの計算では力から変位を得る計算をするが、これは逆向きの計算である。検証においてはこれで得られた外力を与えて変位を計算し、得られた変位を創成解（物体力を得るために与えた変位場）と比較することで検証を行う。

数値創成解は、簡単には創成解の手法で行った一連の手順を離散化された数値計算上で適切な解析モデルに対して行うものである。つまり、節点ごとの変位を数値創成解として設定し、それを解析モデルに与えて物体力に相当する節点力を計算し、検証においては、この節点力を与えて得られる変位が数値創成解と整合するかを確認する。創成解の手法では、変形履歴に解が影響を受ける場合などの適用に問題があるとされるが³⁾、数値創成解では数値創成解を変位履歴として設定することでこの問題の解決の可能性がある。対象とするモデルも比較的自由に選べるため、適用性が高い手法である。また、数値創成解の設定では開発した有限要素法のプログラムを使用することができるため、構成則の関数については数値創成解の設定と検証で全く同じものを使用できることが特徴である。これにより、実装した構成則に対してニュートン法などの非線形解法が非線形波動方程式の解を正しく計算できているかという検証を実施できる。

キーワード 数値創成解の手法、数値解析の品質保証、数値解析手法の検証

連絡先 〒760-8521 香川県高松市幸町 1-1 香川大学 IECMS TEL 087-832-1749

3. コンクリート材料の計算における検討

基礎的な検討として、1要素のコンクリート材料のモデルを作成し、それに対して数値創成解の手法を適用することで、数値解析手法の検証を試みる。なお、コンクリート構成則には前川らの提案するモデルを使用することとする。

コンクリート構造物の有限要素法に使用する非線形解法として、著者らはこれまでいくつかの手法を検討してきた。ここではその内でも基本的な2つの手法について示す。1つは、通常のニュートン法を使用する手法である。もう1つは、修正ニュートン法（ここでは簡易にステップ内で剛性を変えない方法とする）を使用する手法である。

解析モデルは1辺1000 mmの立方体とし、ヤング率を 29400 N/mm^2 、ポアソン比を0.2、圧縮強度を 29.4 N/mm^2 とする。1軸圧縮を想定した数値創成解を考える。1 sで5 mm（ひずみ0.5%）の動的载荷を行う。図1に設定する変位条件（数値創成解）を示す。また、数値創成解と数値創成解の入力の結果として得られる節点力の関係を図2に示す。

図3と図4に、図2の節点力を荷重として与えた場合のニュートン法の計算による解析手法の検証解析と修正ニュートン法の計算による検証解析の結果を示す。時間刻み dt はニュートン法では $dt = 0.001$ 、修正ニュートン法では $dt = 0.01$ とした（詳細な説明は省略する）。両図から分かるように、修正ニュートン法では軟化挙動が再現されない一方で、ニュートン法では軟化挙動まで計算されることが分かった。本検証ではニュートン法のように逐次剛性を変化させる非線形計算手法がより適切な手法と言える結果となった。また、ニュートン法でも軟化時は誤差が大きくなることも分かる。誤差の収束性などの検討も今後必要である。

4. まとめ

コンクリート構造物の非線形有限要素法解析の検証として、数値創成解の手法の適用を考えて基礎的な検討を行った。簡単な検討であるが非線形計算手法によって検証結果が異なるものであり、今後、本手法の活用により数値計算手法の検証さらには数値解析の品質保証の検討が進むことが期待される結果が得られた。今後、数値解析手法の検証方法について研究を深めるとともに、検証を通過するより適切な手法の構築にも取り組むことを考えている。

参考文献

- 1)兵藤ほか：数値創成解の考え方をういた杭の支持力モデルの検証事例，土木学会論文集 A2（応用力学），No.77, Vol.1, pp.12-20, 2021.
- 2)Chen et al.: Code verification of soil dynamics simulations: A case study using the method of numerically manufactured solutions, Computers and Geotechnics, 117, 103258, 2020.
- 3)山田：超弾性体の大変形有限要素解析への創成解の方法の適用，土木学会論文集 A2, Vol.72, No.2, pp.I_277-I_284, 2016.

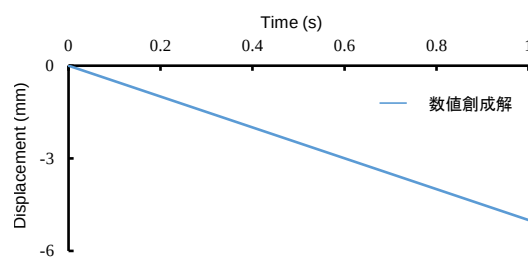


図1 数値創成解

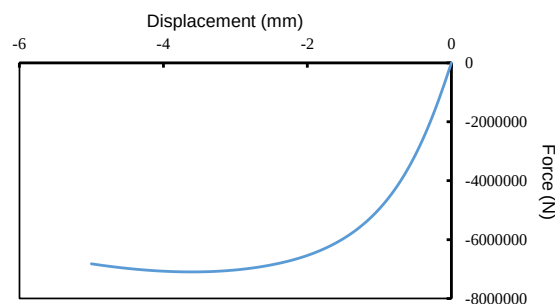


図2 数値創成解における荷重－変位関係

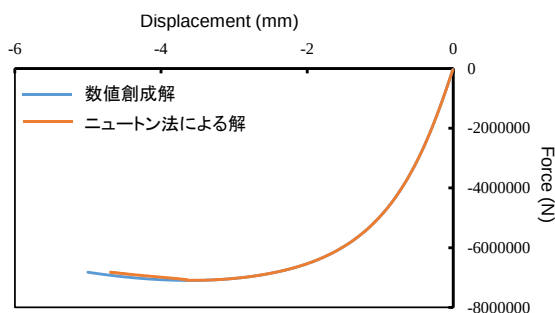


図3 ニュートン法の検証

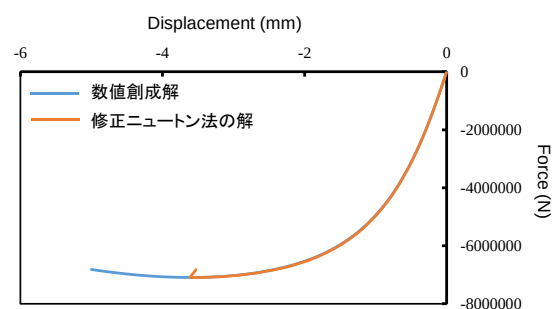


図4 修正ニュートン法の検証