

## 観測量誤差の自己相関の考慮による BWIM の推定精度の向上

東京都市大学 学生会員 ○丸山 晃平 正会員 吉田 郁政  
 東京都市大学 正会員 関屋 英彦 非会員 Samim Mustafa

## 1. はじめに

BWIM(Bridge Weigh-in-Motion)は Moses によって提唱された軸重推定手法<sup>1)</sup>であり、多くの研究が行われてきた。Moses の手法は影響線の足し合わせに基づく典型的な線形逆問題であることから解析解が存在する。Yoshida et al.<sup>2)</sup>は推定結果に加えて、その確率分布も重要であるとし、Moses が提案した手法について確率論的枠組みからの解釈を提案している。確率論からみると従来の Moses 法は通常最小二乗法を用いており観測量誤差をホワイトノイズと考えていることに相当する。しかし、実際には橋梁の固有振動数を反映した相関性のあるノイズであり、これを適切にモデル化することで軸重推定結果の高精度化につながる可能性がある。

## 2. 軸重推定手法の定式化

観測量(計測された変位あるいはひずみ時刻歴)を  $z$ 、各車軸に対応する影響線から作成した行列を  $H$ 、軸重を  $x$ 、観測量誤差を  $v$  とすると以下の関係がある。

$$z = Hx + v \quad (1)$$

ここでベイズの理論を用いる。事前情報を一様分布、または十分に大きな分散を持った正規分布とし、無情報事前分布とすると推定値  $x$  と、その共分散行列  $P$  を算定する式は以下となる。

$$x = PH^T R^{-1} z \quad (2)$$

$$P = (H^T R^{-1} H)^{-1} \quad (3)$$

ここで  $R$  は観測量誤差の共分散行列である。 $R$  行列は、観測量誤差の分散と自己相関関数から得られる。多くの研究において  $R$  行列を単位行列としているが、これはホワイトノイズを仮定していることに相当する。

## 3. 模擬観測量の作成と軸重の推定

観測量誤差を考慮した時の影響を検証するために数値実験を行なう。対象橋梁は計測区間を 40m とし、所定区間の中央にてたわみ応答を計測するものとする。対象車両は 2 軸車とし、速度は 10m/s、軸重は 1

軸目から 22.8, 24.1kN とする。ここで観測量誤差は鋼橋の固有振動数を想定して、自由振動の重ね合わせでモデル化する。動的応答は走行中の車両によって小さな段差など何らかの理由で発生すると仮定し、場所や大きさに関しては乱数を用いる。自由振動の振動数、すなわち橋梁の固有振動数は 3Hz、減衰比は 0.02 と仮定する。動的応答は以下の式(4)、(5)から算出する。

$$d_n(t) = \sum_{j=1}^{n_a} \sum_{i=1}^{n_t} c_{ij} d_{n0}(t - T_{ij} - T_{ej}) w_j h_i(v_{sp}(t - T_{ij} - T_{ej})) \quad (4)$$

$$d_{n0}(t) = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1 - h_d^2}} \exp(-h_d \omega_0 t) \sin(\sqrt{1 - h_d^2} \omega_0 t) \quad (5)$$

ここで  $h_d$ : 減衰比,  $h_i(s)$ : 位置  $s$  における影響線,  $w_j$ : 車軸重量,  $v_{sp}$ : 車両速度, 固有円振動数  $\omega_0 = 2\pi f$ ,  $n_t$ : 各車軸による振動励起の回数,  $n_a$ : 軸数,  $c_{ij}$ :  $j$  番目の車軸の  $i$  番目の振動励起の振幅に対する係数,  $T_{ij}$ : 振動励起までの時間,  $T_{ej}$ :  $j$  番目の車軸の進入時間である。 $d_{n0}(t)$ の式は、一自由度系の自由振動である。

図-1(1)に上記の条件で算出した 10 個の観測量誤差を含む模擬観測量、(2)に観測量誤差の自己相関関数、赤線でその平均を示す。図-2 に実測データから算定した観測量誤差の自己相関関数を示す。観測量誤差は 1Hz のローカットフィルターにより算定した。模擬観測量及び実測から算出した自己相関関数はよく似た形状となっていることがわかる。

以下では 1000 個の模擬観測量を算出し、ケース 1 からケース 3 の 3 つの手法を用いて軸重推定および精度評価を行う。 $R$  行列についてケース 1 は単位行列、ケース 2 では 1000 個の自己相関関数の平均値から算定、ケース 3 では各模擬観測量ごとに算出される自己相関関数から算定した行列を用いる。1000 個の観測量から推定した重量の標準偏差を表-1 に示す。ケース 1 では軸重の標準偏差が 1.4 程度であるのに

キーワード BWIM, 観測量誤差, 自己相関, 精度評価

連絡先 〒158-8557 東京都世田谷区玉堤 1-28-1 東京都市大学 都市工学科 TEL 03-5707-0104

対して、ケース 2, 3 ではおよそ半分になり、大幅に精度が向上していることがわかる。ケース 1 では観測量誤差をホワイトノイズと仮定しているが模擬観測量には相関性があるため精度は悪くなっている。個々の自己相関関数を考慮したケース 3 は最も精度が良いがケース 2 との違いはさほど大きくはない。車両重量についてはこれまでも指摘されているとおり軸重に比較して一般に精度は高い。相関性を考慮しても数パーセント程度しか向上しない。上記例は単独車両の走行の場合であるが複数車両の走行の場合はより効果があることが予想される。

#### 4. 実測データに基づく軸重の推定

相関性を考慮した BWIM の検証を行うにあたり実測データを用いた軸重の推定を行う。R 行列を単位行列にした場合(ケース 1 と同様、以下、UNCORR とする)と観測量誤差の相関を考慮した場合(ケース 2 と同様、以下、CORR とする)について推定結果を比較する。CORR の場合は観測量誤差の共分散行列 R は複数の実測データからあらかじめ自己相関関数の平均値を算出しておきそれを用いた。軸重推定の対象とした実測データは 3 軸車と 2 軸車の並走のケースであり、それぞれの車両速度は 14.36m/s, 13.87m/s である。

軸重の推定結果とその標準偏差を図-3 に示す。UNCORR の場合、3 軸車の 2 軸目の軸重が負の値をとり、3 軸目の推定値は真値の約 3 倍になるなど非常に大きなばらつきとなっている。それに対して相関を考慮した CORR ではほぼ真値と近い値が得られており、実測データを対象とした場合でも観測量誤差の自己相関を考慮することで、軸重の推定精度は向上することが示されている。

#### 5. おわりに

本研究では観測量誤差の相関を考慮した共分散行列を用いて軸重の推定を行うことで推定精度が向上することを示した。実測データを用いた検証においても観測量誤差の相関性を考慮することで軸重推定の精度向上を確認した。

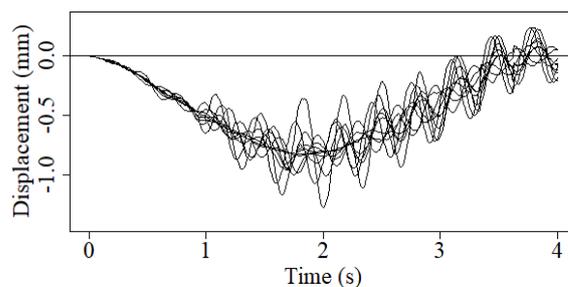
#### 参考文献

- 1) Moses, F. : weigh-in-motion system using instrumented bridge, Transportation Eng. J. of ASCE, Vol. 105, No. TE3, pp.233-249, 1979.

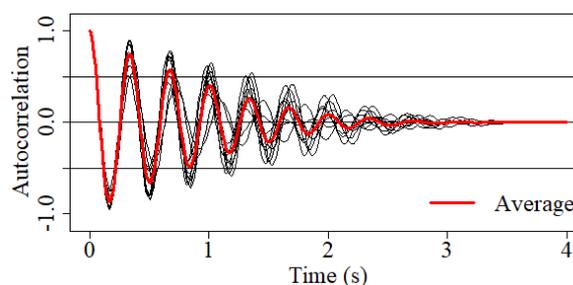
- 2) Ikumasa Yoshida, Hidehiko Sekiya, Samim Mustafa, Bayesian Bridge Weigh-In-Motion and Uncertainty Estimation, ASCE-ASME J. Risk Uncertainty Eng. Syst., Part A: Civil Engineering, Vol.7, No.1, 04021001

表-1 軸重推定結果の標準偏差

	Case1	Case2	Case3
Axle 1	1.42	0.73	0.64
Axle 2	1.40	0.71	0.64
車両重量	0.51	0.47	0.47



(1) 模擬観測量



(2) 自己相関関数

図-1 10 個の模擬観測量とその自己相関関数

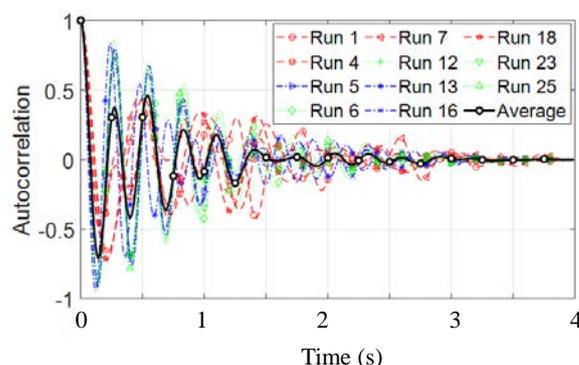


図-2 実測データの自己相関関数

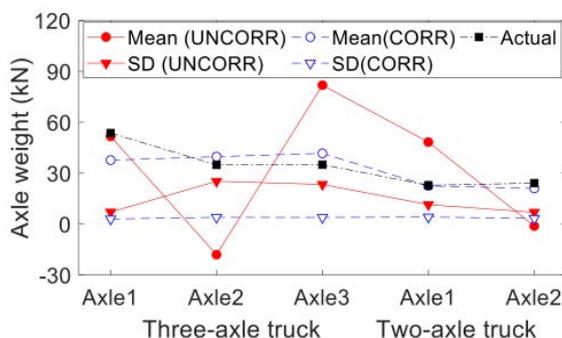


図-3 軸重推定結果と標準偏差