

非負値行列因子分解を用いたシナリオ地震動予測地図の空間分布特性の分析

岐阜大学大学院工学研究科 学生会員 ○高橋幸宏
岐阜大学工学部 正会員 能島暢呂

1. 背景と目的

震源断層を特定した地震動予測地図（「シナリオ地震動予測地図」¹⁾は、「強震動予測のレシピ」²⁾に基づき複数ケースの震源パラメータが設定されている。将来の地震動の不確定性を考慮すると、震源パラメータ設定と計測震度分布との関連性について検討することが重要である。筆者らは、特異値分解を用いたモード分解によって、シナリオ地震動予測地図の空間分布特性を評価した³⁾。特異値分解では直交基底を生成するため、各モードは無相関であり、空間分布を独立な成分として表現することができる。ここで特異値分解では、非負の諸量が対象でも、分解結果に負値を含む。そこで本研究では、非負の諸量を非負制約条件で近似表現する非負値行列因子分解（NMF: Non-negative Matrix Factorization）⁴⁾を用いて、シナリオ地震動予測地図の空間分布特性の分析を試みる。

2. 非負値行列因子分解

シナリオ地震動予測地図の評価地点数を M とし、 N ケースの計測震度分布を $M \times N$ 行列 \mathbf{X} で表す。NMF⁴⁾を適用すると、 \mathbf{X} は近似的に非負行列 \mathbf{W} と \mathbf{H} に分解される。

$$\mathbf{X} = \mathbf{WH} = \begin{pmatrix} w_{11} & \cdots & w_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{M1} & \cdots & w_{Mk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{k1} & \cdots & h_{kN} \end{pmatrix} \quad (1)$$

ここで k は、 $2 \leq k \leq \min\{M, N\}$ を満たす任意の基底数である。評価地点を i 、ケースを j 、基底番号を l とする。 \mathbf{W} は基底ベクトル \mathbf{w}_l (列ベクトル) を l 列要素とする $M \times k$ の基底行列であるが、互いに直交しないため斜交基底である。 \mathbf{H} は結合係数ベクトル \mathbf{h}_j (列ベクトル) を j 列要素とする $k \times N$ の係数行列である。NMF による行列 \mathbf{WH} は行列 \mathbf{X} の k 次元での低次元近似であるため完全な再現はできないものの、非負基底の和算で表現できるため、分解結果の解釈がし易いという利点がある。

NMF では基底数 k を任意に設定でき、 k の増加とともに近似精度は基本的に向上するが、適切な基底数は探索的に決定する必要がある。また行列 \mathbf{W} 、 \mathbf{H} に初期値を与えて収束計算を繰り返すことで行列 \mathbf{X} の近似を行うため、分解結果は初期設定に依存する。そこで本研究では \mathbf{W} 、 \mathbf{H}

における初期値の設定手法として乱数と非負 2 重特異値分解（NNDSVD: Non-negative Double Singular Value Decomposition）⁵⁾の 2 種類を用いて、両者の結果を比較する。NNDSVD では、 \mathbf{X} に特異値分解を適用し、特異値および左・右特異ベクトルを求める。次に特異ベクトルから非負成分を取り出し、非負成分のノルムで除すことで、ノルムが 1 の非負成分からなる特異ベクトルが得られる。最後にモード $1 \sim k$ におけるモードごとの特異値と非負成分からなる左・右特異ベクトルとの積を、それぞれ \mathbf{W} 、 \mathbf{H} の初期値とする。

3. 計測震度の空間分布特性の分析

3.1 深谷断層帯のシナリオ地震動予測地図

本研究で対象とする深谷断層帯（逆断層、 $M_w=7.2$ ）は、「レシピ」に基づき $N=12$ ケースが設定されており、図 1 に示す計測震度分布の評価地点数は $M=296,173$ である。これより、基底数の最大値は $k=12$ となる。

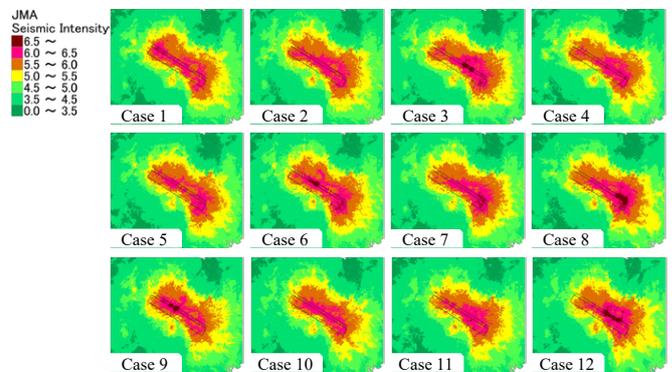


図 1 深谷断層帯の 12 ケースの計測震度分布

(文献¹⁾を基に作成、実線は断層の地表投影面)

3.2 乱数を用いた初期値による非負値行列因子分解

初期値の設定手法として乱数を用いる場合、行列 \mathbf{W} の空間分布傾向を明確にすることを目的とし、行列 \mathbf{X} (図 1 の計測震度分布) から \mathbf{X} の全要素の最小値を引き、NMF を適用した。基底数 $k=4$ の場合の基底ベクトル \mathbf{w} の空間分布と、各ケースの結合係数ベクトル \mathbf{h} を図 2 に示す。

各基底ベクトルの空間分布はそれぞれ異なるが、基底 \mathbf{w}_1 、 \mathbf{w}_3 、 \mathbf{w}_4 では共通して断層の南東部で大きな値が分布しており、 \mathbf{w}_1 、 \mathbf{w}_3 、 \mathbf{w}_4 の相関関係は全て 0.6 以上である。また行列 \mathbf{H} にはほとんどスパース性が見られず、ケースご

とに各基底は一定の寄与を持っている。これより、震源パラメータと関連付けた計測震度分布の空間分布特性の分析は困難である。また、近似精度は初期値に依存するため、異なる乱数による複数回の試行が必要である。

3.3 非負2重特異値分解による非負値行列因子分解

3.2と同様に基底数 $k=4$ とし、初期値の設定手法のうち NNDSVD を用いた NMF を、図1の計測震度分布に適用した。これより得た基底ベクトル \mathbf{w} の空間分布と、各ケースの結合係数ベクトル \mathbf{h} を図3に示す。また、図1に特異値分解を適用して得たモード4までの左特異ベクトルの空間分布と、右特異ベクトルを図4に示す。ここで、図4の左特異ベクトルの空間分布では、正値を赤色、負値を青色で表している。

図3の基底ベクトル \mathbf{w}_i および行列 \mathbf{H} の第 i 行ベクトルは、図4のモード i における特異値とノルム1の非負成分からなる特異ベクトルとの積を初期値としている(モード1, 2, 4については符号が反転しているが、符号に任意性がある)。図3の基底 i が図4のモード i と類似した傾向を示していることから、基底 i とモード i の支配要因は同様であると考えられる。よって特異値分解の結果³⁾より、基底1は平均震度分布特性、基底2・3はアスペリティの配置条件、基底4はディレクティブティ効果を反映していると考えられる。行列 \mathbf{H} は全体としてスパースな傾向を示すという NMF の特長⁴⁾が現れており、係数に

基づく空間分布特性の解釈を容易にしている。

乱数を用いた図2よりも NNDSVD を用いた図3の方が基底ベクトル \mathbf{w} の特徴が明瞭であり、なおかつ、結合係数ベクトル \mathbf{h} にスパース性が現れており、NNDSVDの方が分解結果の解釈が容易である。また、乱数による NMF では近似精度が試行ごとに異なるのに対し、NNDSVDによる NMF では常に同一の結果が得られる。

4. まとめ

本研究では、計測震度分布の空間分布特性の分析を目的とし、NMFを用いた検討を行った。今後の課題として、特異値分解による分析結果との比較を挙げる。また、津波の浸水深分布における空間分布特性を、乱数による NMF によって分析しており⁶⁾、こちらについても NNDSVDによる検討を進めていく方針である。

参考文献

- (国研)防災科学技術研究所: <http://www.bosai.go.jp/>
- 地震調査研究推進本部地震調査委員会: 震源断層を特性した地震の強震動予測手法(「レシピ」), 平成29年4月, 2017, 51p.
- 高橋幸宏, 能島暢呂, 久世益充: 震源断層を特定した予測地震動分布における空間相関の分析, JCOSAR2019 論文集, pp.117-124, 2019.
- 亀岡弘和: 非負値行列因子分解, 計測と制御, 第51巻, 第9号, pp.835-844, 2012.
- C. Boutsidis, E. Gallopoulos: "SVD based initialization: A head start for nonnegative matrix factorization", Pattern Recognition, Vol. 41, pp. 1350-1362, 2008.
- 能島暢呂, 高橋幸宏, 加藤宏紀: 想定南海トラフ巨大地震による津波高の非負行列因子分解による空間分布特性の評価, 第39回日本自然災害学会学術講演会概要集, 2019.9.

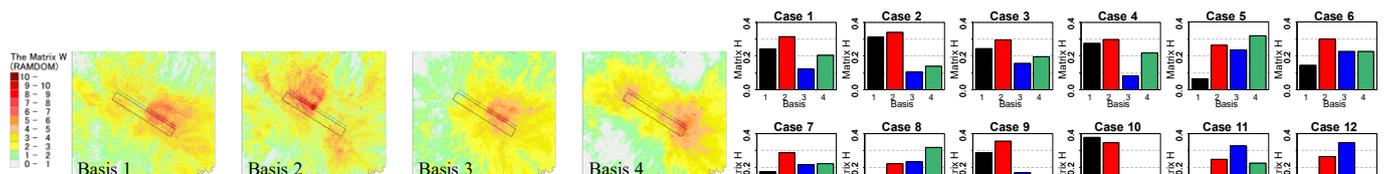


図2 基底ベクトルの空間分布(左)と結合係数ベクトル(右)(初期値の設定手法: 乱数, 基底数 $k=4$)

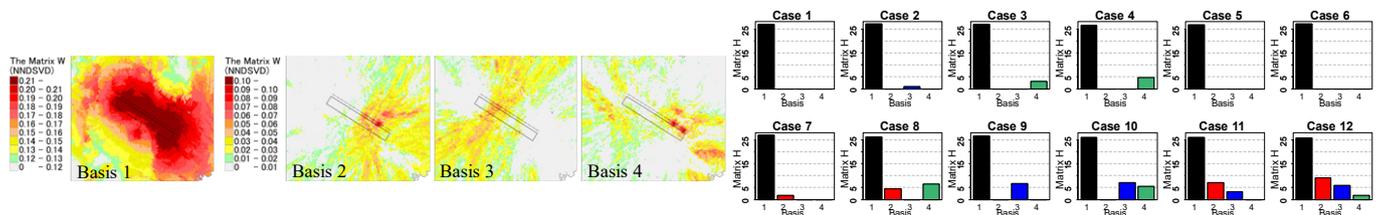


図3 基底ベクトルの空間分布(左)と結合係数ベクトル(右)(初期値の設定手法: NNDSVD, 基底数 $k=4$)

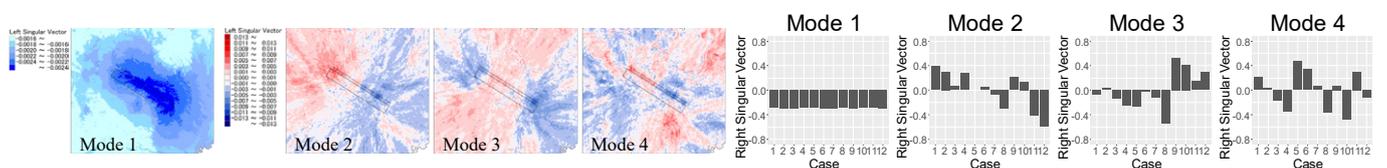


図4 左特異ベクトルの空間分布(左)と右特異ベクトル(右)(モード4まで表示)