

剛版を介して載荷される Huber 型半無限体の数値解析

(株) 井 沢 設 計 正会員 ○廣瀬 清泰
 三井住友建設(株) フェロー会員 三上 浩
 (株) 構 造 メ ン テ 正会員 河野 一資
 大阪工業大学名誉教授 正会員 堀川都志雄

1. はしがき

著者らは横等方弾性体の弾性定数間である条件が成立する場合 (Huber 型異方弾性体という) における変位関数を開発し, 半無限体表面で集中荷重を受ける Boussinesq 問題や Cerruti 問題に対する代数解を誘導した¹⁾. また Fourier 級数の調和解析法を活用して, 弾性定数が鉛直方向に変化する層からなる半無限多層体の数値解析を行った²⁾. 半無限体が剛版を介して載荷される問題は, 応力境界の一部が変位規定される境界となる, いわゆる混合境界値問題に帰着する.

本研究では半無限体表面と直交する鉛直軸まわりに対称性をもつ Huber 型異方性体が剛版を通して載荷される問題での剛版との接触条件に着眼し, 上述の級数解法と選点法で構成される手法を用いて, 半無限体の変位や応力の算出を試みる. 特に不均等な分割ブロックからなる選点法の適用により剛版端部での変位等の挙動を明らかにする.

2. Huber 型異方性体の変位関数と級数展開

座標原点 (x,y) を剛版の底面中央に一致させ, z 方向の原点を半無限体の水平面上に置く.

変位関数 h_3 と φ_3 の基礎式, および変位との関係式を式(1)と(2)に示す.

$$\sqrt{\rho}\{(\partial_x^2 + \partial_y^2) + \sqrt{\rho}\partial_z^2\}^2 h_3 = -\frac{2(\lambda + \mu)}{(\lambda + 2\mu)} B_z, \quad \{(\partial_x^2 + \partial_y^2) + \sqrt{\rho}\partial_z^2\}\varphi_3 = 0 \quad (1)$$

$$2\mu u = -\sqrt{\rho}\partial_x\partial_z h_3 + \partial_y\varphi_3, \quad 2\mu v = -\sqrt{\rho}\partial_y\partial_z h_3 - \partial_x\varphi_3, \\ 2\mu w = \frac{(\lambda + 2\mu)}{(\lambda + \mu)}\{(\partial_x^2 + \partial_y^2) + \sqrt{\rho}\frac{\mu}{(\lambda + 2\mu)}\partial_z^2\}h_3 \quad (2)$$

ここで, λ, μ : ラメの定数, $\rho = E_z/E_0$, E_0 : 基準の弾性定数, B_z : z 方向の物体力.

半無限体の無限遠での条件を考慮すれば, 半無限体の級数展開は次式で得られる.

$$h_3 = \sum \sum [C_1 e^{-\gamma z} + C_2 \gamma z e^{-\gamma z}] \cos \alpha_m x \cos \beta_n y, \\ \varphi_3 = \sum \sum [C_3 e^{-\gamma z}] \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \quad (3)$$

ここで, $\alpha_m = m\pi/a$, $\beta_n = n\pi/b$, $\gamma^2 = (\alpha_m^2 + \beta_n^2)/\sqrt{\rho}$,

a, b : x, y 方向のスパン, $m, n = 0, 1, 2, \dots$,

$C_1 \sim C_6$: 半無限体の表面の条件から決定される積分定数.

3. 半無限体に及ぼすブロック分割と接触条件の影響

底面領域(面積: $c \times c$)に矩形ブロックに分割する選点法を採用する場合, 各ブロックの離散的な柱状反力は, ブロック重心位置で半無限体表面(異方性度 $\rho = 2$)の単位変位量 δ_0 との連続条件から決定される.

剛版底面での x, y 方向のブロック分割数を 10×10 で, ブロックを図-1の均等分割(type A), および図-2の不

キーワード Huber 型異方性体, 半無限体, 剛版, 混合境界値問題, 選点法

連絡先 〒581-0019 大阪府八尾市南小阪合町 5-8-30 株式会社 井沢設計 TEL072-998-2723 FAX072-998-2768

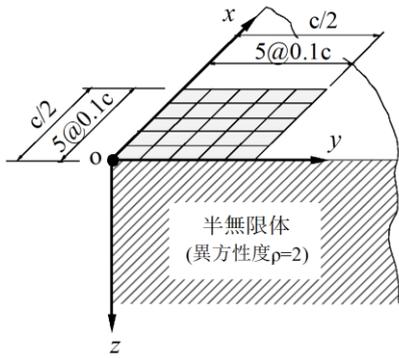


図-1 選点ブロックが均等分割の場合(type A)

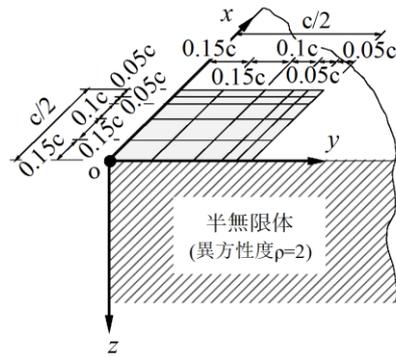


図-2 選点ブロックが不均等分割の場合(type B)

表-1 半無限体の変位 w/δ_0 の比較 ($x/c=0.0, \rho=2$)

座標	接触条件	分割形式	$z/c=0.0$	0.5	1.0	1.5
y/c=0.0	$u \neq v \neq 0$ $w = \delta_0$	Type A	1.005	0.7981	0.5663	0.4143
		Type B	1.001	0.8028	0.5738	0.4210
	$u = v = 0$ $w = \delta_0$	Type A	1.001	0.7728	0.5549	0.4101
		Type B	1.001	0.7776	0.5621	0.4169
0.25	$u \neq v \neq 0$ $w = \delta_0$	Type A	1.002	0.7671	0.5458	0.4039
		Type B	0.9887	0.7732	0.5533	0.4107
	$u = v = 0$ $w = \delta_0$	Type A	1.001	0.7469	0.5365	0.4006
		Type B	0.9974	0.7560	0.5440	0.4074
0.5	$u \neq v \neq 0$ $w = \delta_0$	Type A	0.8692	0.6513	0.4881	0.3753
		Type B	0.9147	0.6614	0.4961	0.4961
	$u = v = 0$ $w = \delta_0$	Type A	0.8820	0.6468	0.4843	0.3769
		Type B	0.9252	0.6568	0.4923	0.3807

表-2 半無限体の応力 $\sigma_z c/E_0 \delta_0$ の比較 ($x/c=0.0, \rho=2$)

座標	接触条件	分割形式	$z/c=0.0$	0.5	1.0	1.5
y/c=0.0	$u \neq v \neq 0$ $w = \delta_0$	Type A	-1.165	-1.202	-0.7867	-0.4709
		Type B	-1.057	-1.185	-0.7873	-0.4754
	$u = v = 0$ $w = \delta_0$	Type A	-1.239	-1.112	-0.7383	-0.4515
		Type B	-1.154	-1.095	-0.7392	-0.4555
0.25	$u \neq v \neq 0$ $w = \delta_0$	Type A	-1.276	-1.201	-0.7335	-0.4452
		Type B	-1.079	-1.187	-0.7362	-0.4500
	$u = v = 0$ $w = \delta_0$	Type A	-1.356	-1.121	-0.6948	-0.4283
		Type B	-1.184	-1.108	-0.6967	-0.4331
0.5	$u \neq v \neq 0$ $w = \delta_0$	Type A	-1.525	-0.8939	-0.5746	-0.3756
		Type B	-2.318	-0.9085	-0.5815	-0.3800
	$u = v = 0$ $w = \delta_0$	Type A	-1.492	-0.8872	-0.5590	-0.3664
		Type B	-2.176	-0.8988	-0.5651	-0.3714

均等分割(type B)とする, また x, y, z 方向の変位を u, v, w で表すときの接触条件を滑らかな状態 ($u \neq v \neq 0, w = \delta_0$) と粗い状態 ($u = v = 0, w = \delta_0$) の 2 ケースを考える. なお級数の項 m, n を 500, ポアソン比を 0.3, スパン長 $a(=b)$ を $20c$ とする.

剛版近傍に生じる変位 w と応力 σ_z の比較を表-1 と表-2 に掲げる.

4. あとがき

剛版端部での変位や応力の算出には, 不均等分割の方が優れていると推察される.

詳細と半無限多層体については発表時に行う.

参考文献

- 1) 廣瀬, 三上, 堀川: Huber 型異方性半無限体での拡張された代数解と級数解の比較, 構造工学論文集, Vol.66A, pp.181-186, 2020.
- 2) 樋口, 河野, 廣瀬, 堀川: Fourier 級数による Huber 型異方性半無限体の数値解析, 土木学会年次講演会, 9月, 2019.