

選択型デュアル流速 ISPH 法を用いた固液混相流解析の精度検証

九州大学 学生会員 ○藤井 孟大
九州大学 正会員 浅井 光輝
京都大学 非会員 井元 佑介

1. 背景・目的

安定化 ISPH 法¹⁾は、ISPH(Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics)法における圧力ポアソン方程式に粒子配置を平滑化する安定化項を付加した粒子法である。安定化項の作用により、粒子分布の不均一性に起因する近似作用素の精度低下を防ぎ、計算安定化、体積保存性などが既往の研究により確認されている。しかし、固液混相流解析などの密度差を含む流体解析において上記手法を適用した場合、固体表面付近での流体粒子密度誤差が大きくなり、計算が不安定化する問題が残されていた。

そこで本研究では、非圧縮性流体の支配方程式から直接導出される物理速度と、安定化項を付加することで算出される輸送速度の2つの流速を定義し、導かれる2つの圧力ポアソン方程式を2回解く選択型デュアル流速 ISPH 法を提案する。速度の更新には物理速度（支配方程式から直接算出される物理的に正しい流速）を用い、位置の更新には物理速度ではなく輸送速度（粒子分布を平滑化するための位置補正の速度）を使う選択型の定式化である。最後に、提案した手法を用いて、ダム崩壊流れの簡易実験の再現解析を行い、本手法の精度検証を実施した。

2. 解析手法

2.1 流体の計算手法

流体解析には ISPH 法によるラグランジュ記述に従う粒子法を用いている。支配方程式には、運動方程式と連続の式によって記述される Navier-Stokes 方程式および拡張ダルシー則を統一的に記述した以下の式を用いる。

$$\frac{C_r(\varepsilon)}{\varepsilon} \frac{D\bar{\mathbf{v}}_f}{Dt} = -\frac{1}{\bar{\rho}_f} \nabla P + \mathbf{g} + \nu_E(\varepsilon) \nabla^2 \bar{\mathbf{v}}_f + \mathbf{F}_r \quad (1)$$

$$\frac{D\bar{\rho}_f}{Dt} + \bar{\rho}_f \nabla \cdot \left(\frac{\bar{\mathbf{v}}_f}{\varepsilon} \right) = 0 \quad (2)$$

ここで t : 時間, P : 圧力, $\mathbf{g}$: 重力加速度, ρ_f : 流体密度, $\mathbf{v}_f$: 流体速度, ε : 間隙率, C_r : 仮想質量係数, ν_E : 有効動粘性係数, $\bar{\mathbf{v}}_f = \varepsilon \mathbf{v}_f$, $\bar{\rho}_f = \varepsilon \rho_f$ である。また $\mathbf{F}_r$ は流体が固体

から受ける抵抗力であり、以下の式で示される。

$$\mathbf{F}_r = \begin{cases} -a(\varepsilon)\varepsilon\mathbf{v}_r - b(\varepsilon)\varepsilon^2|\mathbf{v}_r|\mathbf{v}_r & (\varepsilon < \varepsilon_d) \\ -c(\varepsilon)|\mathbf{v}_r|\mathbf{v}_r & (\varepsilon \geq \varepsilon_d) \end{cases} \quad (3)$$

ここで a, b, c は抵抗係数, $\mathbf{v}_r = \bar{\mathbf{v}}_f - \mathbf{v}_s$ である。

2.2 固体の計算手法

固体解析には、離散要素法(DEM)を用いている。流体中の固体並進運動方程式を以下に示す。

$$m_s \frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = m_s \mathbf{g} - \nabla P V_s + \mathbf{F}_d + \sum \mathbf{F}_c \quad (4)$$

ここで $m_s, \mathbf{v}_s, V_s$ はそれぞれ固体粒子の質量, 速度, 体積を示す。 $\mathbf{F}_d$ は抗力, $\mathbf{F}_c$ は固体同士の接触力であり、バネ・ダッシュポッドモデルを採用している。

2.3 物理速度と輸送速度の算出方法

式(5)に示す森本ら²⁾により導出された式(1), (2)に対する圧力ポアソン方程式において、安定化パラメータを区別することで、物理速度と輸送速度を算出する2種類のソース項を導出する。

$$\langle \nabla^2 P_i^{n+1} \rangle \approx \frac{C_r(\varepsilon)}{\varepsilon} \left(\frac{\bar{\rho}_i}{\Delta t} \langle \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}}_i^* \rangle + \gamma \varepsilon_i \frac{\bar{\rho}_i - \langle \bar{\rho}_i^n \rangle}{\Delta t^2} \right) \quad (5)$$

ここで、 $\langle \cdot \rangle$ は SPH 近似した値, 下付き添え字 i は粒子番号, 上付き添え字 n は時間ステップを表す。 γ は $0 \leq \gamma \leq 1$ を満たす安定化パラメータであり、提案手法では、物理速度に対応する安定化パラメータ $\alpha (= 0)$ と、輸送速度に対応する安定化パラメータ β を個別に定義する。

3. ダム崩壊流れによる精度検証

前章までで説明した解析手法を用いた解析精度の検証として、Xiaosong Sun et al.³⁾によって行われたダム崩壊流れによる水-ガラスビーズの再現解析を実施し、実験結果との比較を行った。解析モデルは図-1に、解析諸元は表-1に示すようになっている。なお、本手法では各速度を定めるために、安定化パラメータを個別に定義できる手法であるが、物理速度と輸送速度を同一視する従来法(case1)では同じ安定化パラメータを用い ($\alpha = \beta = 0.001$)、提案手法(case2) ($\alpha = 0, \beta = 0.5$) を使用し、両者を比較検討することにした。

キーワード 粒子法, 固液混相流解析, SPH, DEM

連絡先 〒819-0395 福岡市西区元岡 744 ウェスト 2 号館 1102 号室 TEL 092-802-3370

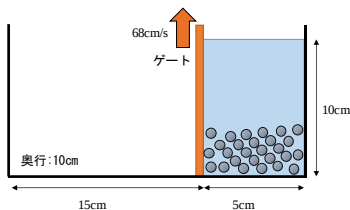


図-1 解析モデル

表-1 解析諸元

SPH(流体)			
粒子数	初期粒子間隔 (cm)	密度 (g/cm ³)	
16006	0.3	1.0	
DEM(固体)			
粒子数	粒子径(cm)	密度 (g/cm ³)	反発係数
7921	0.27	2.5	0.9
バネ剛性(N/m)		摩擦係数	
1000		0.2	

まず、実験における水とガラスビーズの先端位置を解析結果と比較し、定量的な評価を行った。評価には Xiaosong Sun et al.³⁾と同様に、タンクの寸法、時間、重力加速度を用いて無次元化した値 t^*, z^* を用いている。

$$t^* = t \sqrt{\frac{2g}{a}} \tag{6}$$

$$z^* = \frac{z}{a} \tag{7}$$

ここで a, z, t はそれぞれタンクの堆積領域の長さ(5cm), ゲート右端からの水, ガラスビーズそれぞれの先端位置, ゲートを開けてからの時間である。図-2 に実験値と解析値を比較したグラフを示す。

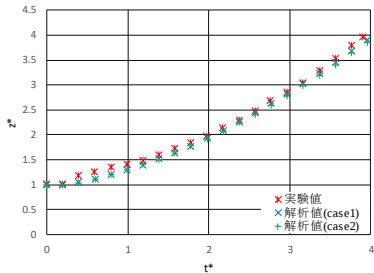


図-2(a) 水の先端位置

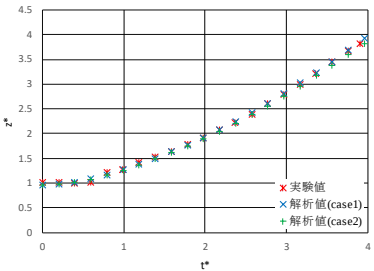


図-2(b) ガラスビーズの先端位置

図-2(a), (b)より、case1,2ともに解析値と実験値の良好な一致を確認できた。

次に流体の理論密度と解析密度との誤差評価により

手法の精度検証を行った。誤差評価式を式(8)に、図-3にゲートを開けてから 0.2s 時での誤差評価グラフを示す。なお、水中を判定するため、 $P \geq 100[\text{Pa}]$ となる粒子（自由表面付近の粒子は除外）で密度誤差の値を検証対象とした。図-3(a)は50%まで、図-3(b)は5%までの範囲にしているが、従来手法では大半の粒子が10%程度以下の誤差であったものが、提案手法では2%以下にまで低減できている。

$$\text{error}(\%) = \frac{|\bar{\rho}_f - \langle \rho_f \rangle|}{\bar{\rho}_f} \times 100 \tag{8}$$

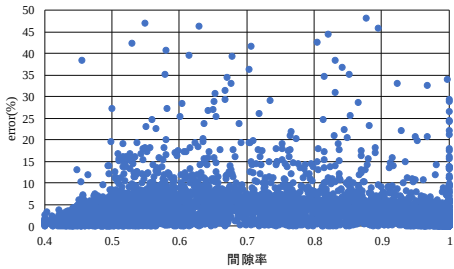


図-3(a) 密度誤差(case1)

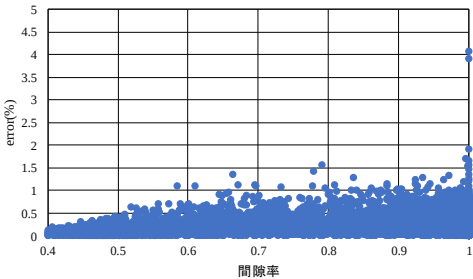


図-3(b) 密度誤差(case2)

4. 結論

本研究では、固液混相流解析において、物理的な流速と位置更新のための輸送速度を区別する選択型デュアル流速 ISPH 法を提案した。実験との比較を行い、提案手法の妥当性を確認し、密度誤差評価を行うことで、その有用性を確認した。今後は物性値として異なる密度を与えた流体解析に適用し、手法の汎用性について検討する予定である。

参考文献

- 1) M. Asai, A. M. Aly, Y. Sonoda, and Y. Sakai: A stabilized incompressible SPH method by relaxing the density invariance condition, *Journal of Applied Mathematics*. 2012.
- 2) 森本敏弘, 浅井光輝, 笠間清伸, 藤澤和謙, 井元佑介: 安定化 ISPH 法による拡張ダルシー則とナビエ・ストークス方程式の統一解法, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.70, No.2, pp.I_213-I_221, 2014.
- 3) X. Sun, M. Sakai, Y. Yamada: Three-dimensional simulation of a solid-liquid flow by the DEM-SPH method, *Journal of Computational Physics*, Vol.248, pp.147-176, 2013.