

## ガウス過程回帰を用いた地盤物性値の空間分布推定手法の検討

東京都市大学 学生会員 ○富澤 幸久 元東京都市大学 非会員 辻田 祐希  
東京都市大学 正会員 吉田 郁政 東北大学 正会員 大竹 雄

### 1. はじめに

構造物を建設、維持するために地盤の物性値分布を把握することは非常に重要であり、近年は、Construction Information Modeling/Management の導入が検討され、複数種類の地盤情報の共有、活用が予想される。より正確な地盤状態の把握が可能となり、リスク軽減などが期待できる。地盤物性値の空間分布状態を把握するために、地球統計学の中心的手法であるクリギング<sup>1)</sup>による研究が行われてきた。異種間の物性の相関を考慮した推定としてコクリギング<sup>2)</sup>も研究されているが、その検討事例は必ずしも多くはない。

本研究では複数種類の地盤情報を活用した地盤物性値の空間分布推定手法の構築を目的とし、本報告では、模擬データを作成し、コクリギングを含む手法であるガウス過程回帰 (Gaussian Process Regression, 以下 GPR) による推定と誤差評価を行った例を示す。

### 2. GPR の概要と定式化

GPR は、多変量ガウス分布からなるガウス過程を用いて推定を行う方法である<sup>2)</sup>。複数の物性値が観測された場合にその相関を考慮した空間分布推定を行う GPR の定式化を示す。物性値は標準正規分布に変換されることを前提とする。観測点、推定点における物性値のベクトルをそれぞれ  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$  とした時、GPR を用いた未知量ベクトルの推定式は以下の式 (1) となる<sup>3)</sup>。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_1 \\ \bar{\mathbf{x}}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} \\ \mathbf{M}_{12}^T \end{bmatrix} [\mathbf{M}_{11} + \mathbf{R}]^{-1} \{\mathbf{z} - \bar{\mathbf{x}}_1\} \quad (1)$$

ここで、 $\bar{\mathbf{x}}_1$ : 場の平均,  $\mathbf{R}$ : 観測量誤差の共分散行列,  $\mathbf{z}$ : 観測量ベクトル,  $\mathbf{M}$ : 事前情報の共分散行列である。本研究では物性値  $i$  と  $j$  についての 2 点間の共分散

散  $\text{cov}$  は以下の式で定義することを提案する。

$$\text{cov}(i, j, \mathbf{d}) = \text{cov}_1(i, j) [\text{cov}_2(i, \mathbf{d}) \text{cov}_2(j, \mathbf{d})]^{0.5} \quad (2)$$

ここで、 $\text{cov}_1$ : 物性値間の共分散,  $\text{cov}_2$ : 距離に関する共分散,  $\mathbf{d}=(d_1, d_2, d_3)$  は 2 点間のベクトルである。 $\text{cov}_2$  は以下により求める。

$$\text{cov}_2(j, \mathbf{d}) = \exp \left[ - \left\{ \left( \frac{d_1}{a_{j,1}} \right)^2 + \left( \frac{d_2}{a_{j,2}} \right)^2 + \left( \frac{d_3}{a_{j,3}} \right)^2 \right\} \right] \quad (3)$$

ここで、 $a_{j,k}$  は物性  $j$  に関する各座標方向  $k$  の自己相関距離である。また、推定値の共分散行列  $\mathbf{P}_{22}$  を以下の式 (4) より求め、推定値の信頼区間を表す標準偏差 (分散) は  $\mathbf{P}_{22}$  の対角成分から求める<sup>3)</sup>。

$$\mathbf{P}_{22} = \mathbf{M}_{22} - \mathbf{M}_{21}(\mathbf{M}_{11} + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{M}_{12} \quad (4)$$

### 3. 問題設定と模擬データの作成条件

複数種類の地盤情報から地盤物性値の空間分布推定を行う問題を設定する。物性値  $P_1$  を深さ 1m 毎に 30m まで 30 点観測した 6 本のボーリングデータと、物性値  $P_2, P_3$  を深さ 20cm 毎に 30m まで 150 点観測した 8 本の杭施工データを想定し模擬データを図-1 のように作成した。このデータを用いて AE 地点間における深さ  $z=1\text{m}$  から 30m までの断面の物性値  $P_1$  を推定した。GPR を活用する際、観測量ベクトルは標準正規分布に従うと仮定し、実地盤データの分布から標準正規確率場への変換手法は今後の検討課題とする。データ作成時の共分散、自己相関距離、観測誤差は以下の表-1 に示す。なお、標準正規確率場では共分散行列は相関行列と一致する。

### 4. GPR による推定と考察

GPR による推定に用いたパラメータは模擬データ作成時と同じ値、表-1 を用いた。推定結果において変換前の観測量ベクトルを平均 20, 標準偏差 10 の

キーワード 地球統計学, 空間分布推定, 地盤物性値, ガウス過程回帰

連絡先 〒158-8557 東京都世田谷区玉堤 1-28-1 東京都市大学 都市工学科 TEL 03-5707-0104

対数正規分布に従うと仮定して逆変換をしたものとし、信頼区間として $\pm 2\sigma$  ( $\sigma$ :標準偏差) もあわせて示す。図-2 は、AE 地点間の深さ  $z=21\text{m}$  における水平方向の1次元推定結果、図-3 は、断面 AE における2次元推定結果に、A から D の各地点の1次元推定結果を重ねた図である。なお、A 地点は物性値  $P_1$ 、B 地点は物性値  $P_2$ 、 $P_3$  だけが観測されている点であり、C、D、E 地点で物性値は観測されていない。図-2 の0m、30.1m、45.2m、90.3m 地点は図-3 のそれぞれ A、B、C、D 地点に対応する。

図-2 の信頼区間が局所的に小さくなる、つまり不確定性が小さい場所が数箇所ある。観測点と近い場所では一般に不確定性が小さくなるが、特に A 地点では推定対象である物性値  $P_1$  の観測点であるため不確定性がより小さくなっていることがわかる。B 地点は、物性値  $P_1$  と相関が大きい物性値  $P_2$  の観測点であり、主に物性値  $P_2$  の情報より  $P_1$  の値が推定されている。C 地点の推定値は真値との一致度は良好ではないが、周辺に観測点がないため不確定性が大きく評価されており信頼区間の中に真値が収まっている。D 地点では、C 地点同様、物性値の観測点ではないが、地点 E 付近にある物性値  $P_1$  の観測点からの相関が考慮され、C 地点より不確定性が小さくなっている。

5. おわりに

本報告では、作成した模擬データに対し GPR による3次元の推定を行い、異種間の物性の相関を考慮した推定がされていることを示した。今後は、最適なパラメータの推定手法の検討、標準正規確率場への変換方法の検討などを行う。

参考文献

1) 間瀬茂：地球統計学とクリギング法 R と GeoR によるデータ解析，オーム社，2010。  
2) 持橋ら：ガウス過程と機械学習，講談社，2019。  
3) 吉田ら：スパースモデリングとクリギングを用いた空間分布推定手法の基礎研究，土木学会論文集 A2，Vol.75，No.1，p.3，2018。

表-1 データ作成，推定に使用したパラメータ

|       | 共分散   |       |       | 自己相関距離 |     |     | 観測誤差 |
|-------|-------|-------|-------|--------|-----|-----|------|
|       | $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ | $x$    | $y$ | $z$ |      |
| $P_1$ | 1     | 0.65  | 0.35  | 10     | 10  | 1   | 0.05 |
| $P_2$ | 0.65  | 1     | 0.45  | 12     | 12  | 1.2 | 0.07 |
| $P_3$ | 0.35  | 0.45  | 1     | 15     | 15  | 1.5 | 0.1  |

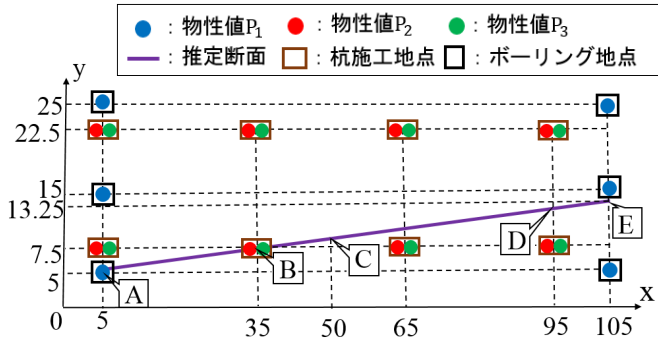


図-1 設定した観測点，物性値と推定の座標

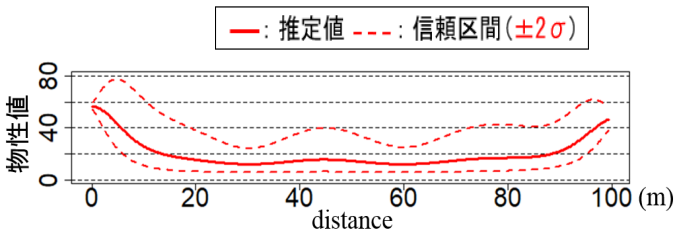


図-2  $z=21\text{m}$  の AE 地点間の側線の物性値  $P_1$  の推定

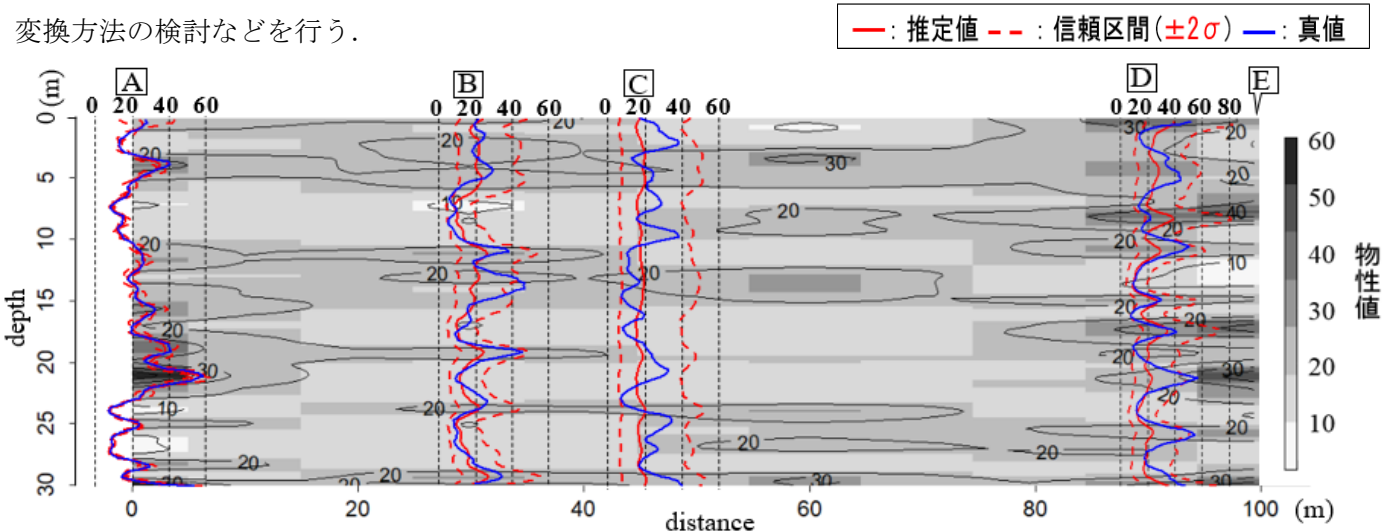


図-3 物性値  $P_1$  の断面 AE の2次元空間分布推定と A から D 地点の1次元空間分布推定