

## 膨潤性地山に掘削されたトンネルの力学挙動の数値シミュレーション

東北大学大学院工学研究科	学生会員	○劉 曉東
名古屋大学大学院工学研究科	正会員	松原 成志朗
東北大学大学院工学研究科	正会員	山田 正太郎
東北大学大学院工学研究科	正会員	京谷 孝史

## 1. はじめに

近年、膨潤性粘土鉱物であるスメクタイト類を含む地山の膨張によってトンネル路面が破壊されるといった事例が多く報告されている。高度経済成長期から半世紀が経ちインフラ劣化が社会問題となっている今日、地中構造物の設計や維持管理の高度化・合理化のために、地山の膨張現象の解明とその合理的な予測評価手法の確立は喫緊の課題である。本研究では膨潤性地山におけるトンネルの盤ぶくれ問題に対する解析プロセスを提案する。また高精度・高効率の数値解析に実現するために、地盤材料に良く使われている膨潤性を考慮した修正 Cam-Clay モデルに対して、リターンマッピングの定式化を行う。更に開発した解析コードを用いた数値計算例を示す。

## 2. 本研究の解析プロセス

本研究では、スメクタイトなどの鉱物の吸水膨潤に伴う、トンネルの応力分布を正確に評価するために、下記の三つの解析を行った。

## (1) 自重解析

(2) 節で計算する掘削解析を実行するため、掘削前の地盤の応力情報が必要である。この応力状態を得るために、静的釣り合い式 (1) より、掘削前地盤の応力状態を計算する。

$$\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{f} = \mathbf{0} \quad (1)$$

ここで、 $\boldsymbol{\sigma}$  は応力テンソルであり、 $\boldsymbol{f}$  は体積力ベクトルである。自重解析における境界条件として、図 1 の左に示す状況を想定する。計算された掘削領域及び非掘削領域の応力状態をそれぞれ  $\boldsymbol{\sigma}_A$ 、 $\boldsymbol{\sigma}_B$  と表記する。

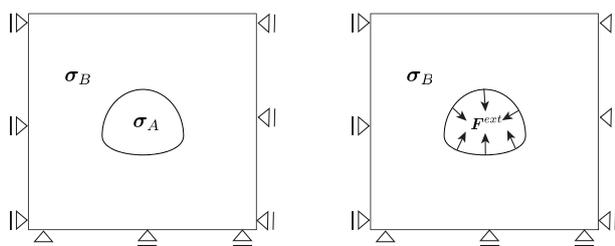


図-1 境界条件 (左: 自重解析, 右: 掘削解析)

## (2) 掘削解析

自重解析完了時に領域  $A$  の表面に作用する荷重ベクトルは式 (2) により計算することができる。

$$\boldsymbol{F}^{ext} = \int_{V_A} \boldsymbol{B}^T \boldsymbol{\sigma}_A dV_A - \int_{V_A} \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{f} dV_A \quad (2)$$

ここで、 $\boldsymbol{B}$  は有限要素法における変位-ひずみ関係を規定する行列であり、 $\boldsymbol{N}$  は形状関数である。掘削解析では、領域  $A$  の要素を除去後に領域  $B$  の新たな境界面に  $\boldsymbol{F}^{ext}$  を徐々に作用させることで、掘削に伴う応力解放を実現する。

## (3) 膨潤解析

修正カムクレイモデルをベースにした膨潤モデルの基本式は下記の通りである。

ひずみ速度加算分解:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{swe} \quad (3)$$

亜弾性構成則:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{C}_{(\sigma)}^e : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e \quad (4)$$

ここに、弾性係数テンソル  $\boldsymbol{C}_{(\sigma)}^e$  は有力応力に依存するので、下記のように表せる。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{C}_{(\sigma)}^e &= \bar{\boldsymbol{C}} p \\ \bar{\boldsymbol{C}} &= \bar{K} \boldsymbol{I}_{(2)} \otimes \boldsymbol{I}_{(2)} + 2\bar{G} \left( \boldsymbol{I}_{(4)} - \frac{1}{3} \boldsymbol{I}_{(2)} \otimes \boldsymbol{I}_{(2)} \right) \\ \bar{K} &= \frac{1 + e_0}{\bar{k}}, \quad \bar{G} = \frac{3(1 - 2\mu)}{1 + \mu} \bar{K} \end{aligned}$$

降伏関数:

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \alpha) = MD \left[ \ln \left( \frac{p'}{p_{c0}} \right) + \ln \left( \frac{M^2 + \left( \frac{q}{p'} \right)^2}{M^2} \right) \right] - \alpha \quad (5)$$

関連塑性流れ則:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\gamma} \frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma}, \alpha)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (6)$$

硬化パラメータ:

$$\alpha = \varepsilon_v^p = \operatorname{tr} \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (7)$$

ここに、 $\boldsymbol{\varepsilon}^{swe}$  は膨潤ひずみ速度である。その他の変数は従来の修正 Cam-Clay モデル一緒であるので、説明は省略する。

### 3. 膨潤解析におけるリターンマッピングアルゴリズムの構築

本節では、修正 Cam-Clay モデルに対するリターンマッピングアルゴリズムの定式化を行う。同アルゴリズムは Simo<sup>1)</sup>らによって基本的な考え方が示されたが、拘束圧依存型の亜弾性構成則を用いた本来の Cam-Clay モデルに対する定式化は著者らの知る限りこれまでに行われていない。負荷と降伏判定された際に解くべき非線形連立方程式は式 (8) のようにまとめられる。

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{n+1}(\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p, \Delta\gamma_{n+1}) = -\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p + \boldsymbol{\varepsilon}_n^p + \Delta\gamma_{n+1} \frac{\partial f_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} = \mathbf{0} \\ f_{n+1} = f(\boldsymbol{\sigma}_{n+1}, \Delta\gamma_{n+1}) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

式 (8) を Newton-Raphson 法で解くために、これらの式に線形化を施すと次式が得られる。

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{n+1} + \frac{\partial \mathbf{R}_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p} : \delta \boldsymbol{\varepsilon}^p + \frac{\partial \mathbf{R}_{n+1}}{\partial (\Delta\gamma_{n+1})} \delta (\Delta\gamma) = \mathbf{0} \\ f_{n+1} + \frac{\partial f_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p} : \delta \boldsymbol{\varepsilon}^p + \frac{\partial f_{n+1}}{\partial (\Delta\gamma_{n+1})} \delta (\Delta\gamma) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

式 (9) より、修正量  $\delta \boldsymbol{\varepsilon}^p, \delta \Delta\gamma$  は以下のように表される。

$$\delta (\Delta\gamma) = \frac{f_{n+1} - \frac{\partial f_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p} : \left[ \frac{\partial \mathbf{R}_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p} \right]^{-1} : \mathbf{R}_{n+1}}{\frac{\partial f_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p} : \left[ \frac{\partial \mathbf{R}_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p} \right]^{-1} : \frac{\partial \mathbf{R}_{n+1}}{\partial \Delta\gamma_{n+1}} - \frac{\partial f_{n+1}}{\partial \Delta\gamma_{n+1}}} \quad (10)$$

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon}^p = - \left[ \frac{\partial \mathbf{R}_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p} \right]^{-1} : \left[ \mathbf{R}_{n+1} + \frac{\partial \mathbf{R}_{n+1}}{\partial \Delta\gamma_{n+1}} \delta (\Delta\gamma) \right] \quad (11)$$

全体系の釣り合い式を Newton-Raphson 法で解く際には、応力更新アルゴリズムに整合する接線係数が必要となる<sup>2)</sup>。上記の陰的な応力更新アルゴリズムの整合接線係数  $\mathbf{C}^{ep}$  は以下のように表すことができる。

$$\mathbf{C}^{ep} = \boldsymbol{\Xi}_{n+1} - \frac{\boldsymbol{\Xi}_{n+1} : \frac{\partial f_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} \otimes \boldsymbol{\Xi}_{n+1} : \boldsymbol{\eta}_{n+1}}{\mathbf{I}_{(2)} : \frac{\partial f_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} + \boldsymbol{\eta}_{n+1} : \boldsymbol{\Xi}_{n+1} : \frac{\partial f_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}}} \quad (12)$$

ここに、

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Xi}_{n+1} = \left[ \mathbf{C}_{(\boldsymbol{\sigma}_{n+1})}^{-1} : \left( \mathbf{I}_{(4)} - \frac{1}{3} \bar{\mathbf{C}} : (\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e - \boldsymbol{\varepsilon}_n^e) \right) \otimes \mathbf{I}_2 + \Delta\gamma \frac{\partial^2 f_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^2} \right]^{-1} \\ \boldsymbol{\eta}_{n+1} = \frac{\partial f_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} - \Delta\gamma \mathbf{I}_{(2)} : \frac{\partial^2 f_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^2} \end{cases} \quad (13)$$

である。

### 4. 解析例

#### (1) 自重及び掘削解析結果

解析モデルの寸法を  $20m \times 20m \times 1m$  に設定し、線形弾性則を用いて自重解析を行った。自重による平均有効応力の

分布を図2の左側に示す。自重の効果で平均応力が深さに比例して漸増していくことが確認できる。なお、水平方向に完全に均質な分布が得られないのはメッシュ形状の影響であり、メッシュサイズを細かくすることで緩和することができる。

自重解析により得た応力を初期状態に修正 Cam-Clay モデルを用いて掘削解析を行った。掘削完了時の平均応力分布を図2の右側に示す。掘削に伴う応力解放及び応力再分布を確認できる。

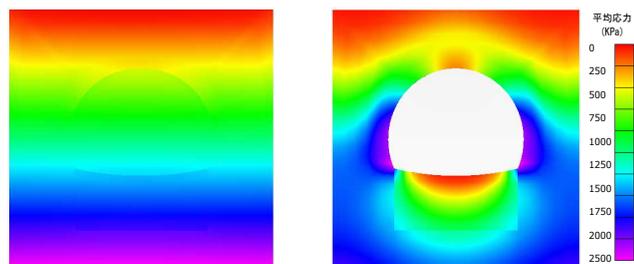


図-2 平均応力分布 (左: 自重解析, 右: 掘削解析)

#### (2) 膨潤解析結果

掘削解析に引き続き、膨潤解析を行った。図3(左)に示す膨潤領域に5%の等方的な膨潤ひずみを設定した。膨潤解析後の平均応力分布を図3の右側に示す。膨潤領域内及びトンネルインバート両端では顕著な応力上昇が見られる。インバート中央における隆起量は31cmに達した。

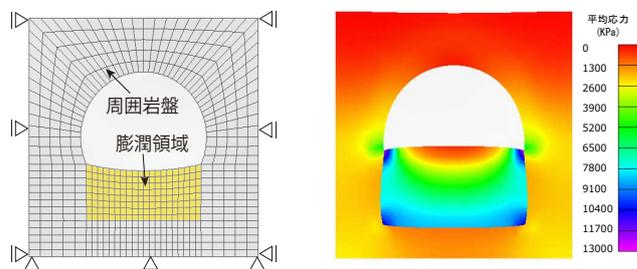


図-3 膨潤解析結果 (左: 境界条件, 右: 解析結果)

### 5. 結論

本研究では、膨潤性地山におけるトンネルの挙動を定量的に評価するための解析プロセスを示した。また、修正 Cam-Clay モデルをベースにした膨潤モデルに対するリターンマッピングアルゴリズムを定式化した。更に開発した数値解析コードを用いた数値例を示すことで、定量評価が可能であることを示した。

謝辞: 本研究は JSPS 科研費 16H02361 の助成を受けたものである。

#### 参考文献

- 1) Simo, J.C. and Hughes, T.J.R. (1998), "Computational Inelasticity", New York: Springer
- 2) Simo, J.C., and Taylor, R.L., (1985), "Consistent Tangent Operator for Rate-Independent Elastoplasticity", Computer Meth. in Applied Mech. and Eng. Vol.48, 101-118.