

## Forchheimer 則を用いて固相と液相の相互作用を考慮した MPS 解析

群馬大学 学生会員 ○馬場 菜々子  
群馬大学 学生会員 山本 優介  
群馬大学 正会員 若井 明彦

### 1. はじめに

日本各地で発生する地震や豪雨により、山間部で天然ダムが形成される場合がある。天然ダムは一度形成されると、想定される被害が大きく、的確に危機管理を行い迅速に対応しなければならない。そのため、決壊した際の土石流の堆積距離や堆積量について事前に把握しておく必要がある。本研究では準静的土石流における Forchheimer 則と間隙水圧を考慮した固液混相流 MPS 解析モデルを提案する。

### 2. 支配方程式

本節では、地表流と浸透流および土の支配方程式を Navier-Stokes 方程式, Forchheimer 則を用いて示す。

#### 2.1 地表流の支配方程式

地表流の運動は(1)式の Navier-Stokes 方程式で表す。

$$\frac{D\mathbf{u}_f}{Dt} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla P_f + \nu_f \nabla^2 \mathbf{u}_f + \mathbf{g} \quad \dots(1)$$

ここに、 $\rho_f$  : 水の密度、 $\mathbf{u}_f$  : 速度、 $P_f$  : 圧力、 $\nu_f$  : 動粘性係数、 $\mathbf{g}$  : 重力加速度である。水圧は(2)式の等エントロピー音速の式から求める。

$$\frac{\partial p_f}{\partial \rho_f} = \chi^2 \quad \dots(2)$$

#### 2.2 浸透流の支配方程式

浸透流が土粒子から受ける抵抗は、1次元定常状態において、(3)式の Forchheimer 則<sup>(1)</sup>で表される。

$$\nabla h = -a u_D - b |u_D| u_D \quad \dots(3)$$

ここに、 $h$  : 圧力水頭、 $u_D$  : Darcy 流速、 $a, b$  : Forchheimer 係数である。さらに、 $u_D$  と実流速  $\mathbf{u}_f$  の間には、間隙率  $\varepsilon$  を介して(3)式の関係が成り立つ。

$$u_D = \varepsilon \mathbf{u}_f \quad \dots(4)$$

(1)式に(3)(4)式を付加すると、浸透流の運動方程式が(5)式のとおり得られる。

$$\frac{D\mathbf{u}_f}{Dt} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla P_f + \nu_f \nabla^2 \mathbf{u}_f + \mathbf{g} + \mathbf{f} \quad \dots(5)$$

$$\mathbf{f} = -a g \varepsilon \mathbf{u}_f^* - b g \varepsilon^2 |\mathbf{u}_f^*| \mathbf{u}_f^* \quad \dots(6)$$

なお、 $\mathbf{u}_f^*$  は実流速  $\mathbf{u}_f$  から土粒子速度  $\mathbf{u}_s$  を差し引いた相対速度であり、(7)式で表される。

$$\mathbf{u}_f^* = \mathbf{u}_f - \mathbf{u}_s \quad \dots(7)$$

ここで、浸透流粒子  $i$  の地点における、土粒子速度  $\mathbf{u}_s$  を近似的に  $\langle \mathbf{u}_s \rangle_i$  とすると、 $\langle \mathbf{u}_s \rangle_i$  は(8)式で表される。

$$\langle \mathbf{u}_s \rangle_i = \frac{\sum_{j \in \text{Solid}} \mathbf{u}_{sj} w_{ij}}{\sum_{j \in \text{Solid}} w_{ij}} \quad \dots(8)$$

$w_{ij}$  は重み関数であり、本検討では(9)式の Gauss 関数を用いた。

$$w_{ij} = \begin{cases} \exp \left\{ -\frac{|r_j - r_i|^2}{2 \left( \frac{re}{3} \right)^2} \right\} & |r_j - r_i| \leq re \\ 0 & |r_j - r_i| > re \end{cases} \quad \dots(9)$$

$re$  : 影響半径、 $r_i, r_j$  : 粒子  $i, j$  の位置ベクトルである。

#### 2.3 気中土の支配方程式

泥流の堆積過程において、土の複雑な大変形と長距離の流動が生じる。このような場合には、土を弾性・弾塑性体として扱うのではなく、Bingham 流体として扱うのが妥当であると考えられる。Bingham 流体の支配方程式として(10)式を示す。

$$\frac{D\mathbf{u}_s}{Dt} = -\frac{1}{\rho_s} \nabla P_s + \nu_s' \nabla^2 \mathbf{u}_s + \mathbf{g} \quad \dots(10)$$

$$\nu_s' = \frac{1}{\rho_s} \left( \mu_s + \frac{\sigma_0}{|S|} \right) \quad \dots(11)$$

ここに  $\mathbf{u}_s$  : 土粒子速度、 $\rho_s$  : 土の乾燥密度、 $P_s$  : 土粒子間の圧力、 $\mu_s$  : 土の粘性係数、 $\sigma_0$  : 降伏応力、 $|S|$  : ひずみ速度である。

#### 2.4 水中土の支配方程式

土粒子が水中に存在する場合には、(10)式に間隙水圧項を付与した(12)式を運動方程式とする。

$$\frac{D\mathbf{u}_s}{Dt} = -\frac{1}{\rho_s} \nabla P_s - \frac{1}{\rho_s} \nabla P_f + \nu_s' \nabla^2 \mathbf{u}_s + \mathbf{g} \quad \dots(12)$$

キーワード 固液混相流, MPS 法, Forchheimer 則

連絡先 〒376-8515 群馬県桐生市天神町 1-5-1 群馬大学理工学部 (地盤工学研究室)

3. 解析方法

本研究では MPS 法を利用して解析を行った。解析コードの基礎部分については越塚ら<sup>(2)</sup>を参考にした。

水粒子、土粒子はお互いの影響力を考慮した計算をそれぞれ個別に行い、計算結果を重ね合わせる。よって、重ね合わせた計算結果が固液混相流を表した結果となる。(6)式の Forchheimer 係数については、土の粒径 1.0cm より、 $ag = 10$  ,  $bg = 1000$  とした<sup>(1)</sup>。計算方法として陽解法を利用することで、計算時間の短縮・メモリの削減を行った。

4. 土粒子モデルの検証

土粒子のパラメータを推定するため、土粒子のみの予備解析、予備実験を実施する。Case1 礫高さ 10cm, Case2 礫高さ 20cm, Case3 礫高さ 30cm について解析、実験を実施した。解析、実験モデルを図 1 に、堆積形状の比較を図 2 に示す。検証解析では表 1 の土粒子の物性値を用いている。

内部摩擦角  $25^\circ$  , 粘着力 0.01kPa の際、どの結果においても堆積形状が一致する事が確認できた。

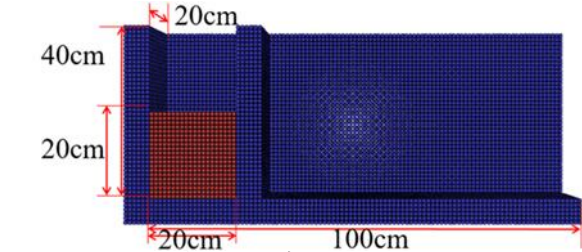


図 1 解析モデル・模型実験寸法

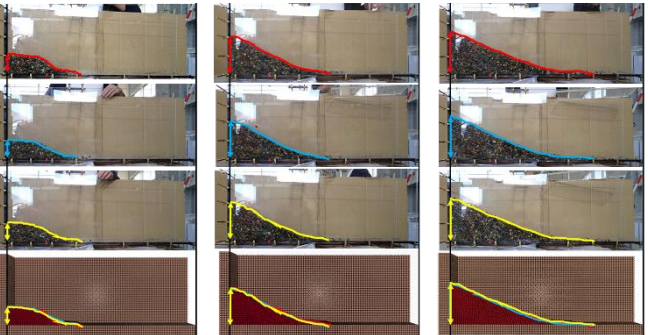


図 2 Case1, Case2, Case3 の堆積形状比較

5. 固液混相流解析と模型実験

準静的土石流の実験と再現解析を行い、モデルの妥当性を検証する。実験、解析モデルについて図 1 と同様の寸法である。4 土粒子モデルの検証 から得られたパラメータ、実験で利用した礫の物性値を表 1 に示す。

解析において、下部に土粒子を、上部に水粒子を 4.8L

体積分配置し、ダムブレイク解析を行った。初めの 2 秒間は水粒子を土粒子に浸透させ、2 秒後に壁を取り去ることで準静的土石流を表現した。実験において、礫の上部から 3L 分の水を注水し、直ちに板を取り去ることで崩落の様子を確認した。

解析、実験結果の堆積形状を比較したものを図 3 に示す。おおむねの一致を確認できた。

表 1 解析粒子の物性値とパラメータ

|                          | 土粒子              | 水粒子              |
|--------------------------|------------------|------------------|
| 粒径(cm)                   | 1.0              | -                |
| 間隙率                      | 0.39             | -                |
| 密度(kg/m <sup>3</sup> )   | 1531             | 1000             |
| 粘着力(kPa)                 | 0.01             | -                |
| 内部摩擦角(°)                 | 25               | -                |
| 動粘性係数(m <sup>2</sup> /s) | 10 <sup>-4</sup> | 10 <sup>-6</sup> |
| Forchheimer 係数 ag        | -                | 10               |
| Forchheimer 係数 bg        | -                | 1000             |

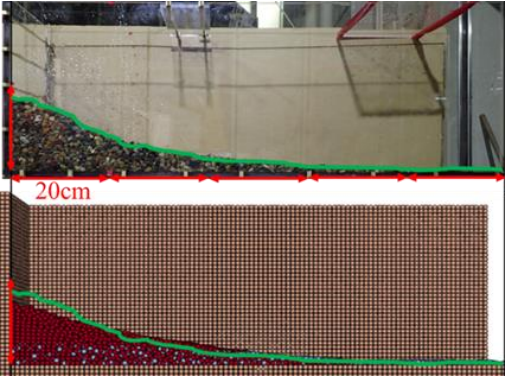


図 3 模型実験・解析結果の堆積形状比較

6. 考察とまとめ

準静的土石流について水粒子が浸透流として通過していく様子、間隙水圧によって堆積形状が変化する様子が確認できた。土粒子の内部摩擦角の働きが抑制され、堆積形状が変化したと考えられる。準静的土石流の解析結果と模型実験結果を比較することで、本解析手法に一定の妥当性がある事を確認できた。今後は実際に起こった災害を解析し、実現象と解析結果を比較検討することで有用性を高めていきたい。

参考文献

(1) Melina G. Sidiropoulou , Konstadinos N. Moutsopoulos and Vassilios A. Tsihrintzis (2006):Determination of Forchheimer equation coefficients a and b. ,Hydrol. Process. 21

(2) 越塚誠一, 柴田和也, 室谷浩平(2014) : 粒子法入門, 丸善