# エネルギーNewmark 法による斜面地震時安定性と滑り変位量の統一的評価 その1:正弦波入力による計算

中央大学名誉教授 正会員 ○國生剛治 西日本技術開発(株) 正会員 森 二郎・水原道法 中国浙江大学 方 火浪

## 1. まえがき

筆者らは斜面崩壊を支配するエネルギーと地震波動エネルギーの分析を通じて,エネルギーバランスに基づき地震時大規模斜面崩壊の評価法を提案してきた<sup>1)</sup>。さらにこのエネルギー的評価法を人工盛土などの小規模崩壊へ適用するため Newmark 斜面モデルと地震波動伝播を組み合わせた解析により地震エネルギーから滑りの有無と滑る場合の変位量を1回の計算で統一的に算出できる「エネルギーNewmark 法」を提案した<sup>2)</sup>。ここでは前報のモデルに改良を加え,正弦波入力に対し前報より精度の高い解析を行った結果について報告する。

#### 2. 斜面モデルと解析方法

図1に示す摩擦角 $\phi$ (粘着力 cを包含し決定),傾斜角  $\theta$ の無限長斜面に沿って滑る剛体ブロックのNewmark モ デルを対象にエネルギー的検討を加える。なお任意の円 弧滑り計算は、エネルギー的に等価な無限長斜面モデル に置換えることが可能である<sup>2)</sup>。単位平面積当たりのエ ネルギーの基本式は $E_{dp}$ =崩壊損失エネルギー、 $E_{gr}$ =重力 エネルギー、 $E_{eq}$ =崩壊に寄与する地震エネルギー、 $E_{u}$ =上 昇波エネルギー、 $E_{d}$ =下降波エネルギーとして

 $E_{dp} = E_{gr} + E_{eq}$ ,  $E_{eq} = E_u - E_d$  (1) 地震波動エネルギーは斜面下部の地盤中の上昇・下降 SH 波の粒子速度 $\dot{u}_1(t)$ ,  $\dot{u}_2(t)$ から

$$E_{u} = \rho_{s} V_{s} \int_{0}^{T} \left[ \dot{u}_{1}(t) \right]^{2} dt , \quad E_{d} = \rho_{s} V_{s} \int_{0}^{T} \left[ \dot{u}_{2}(t) \right]^{2} dt$$
(2)

により計算される<sup>1)</sup>。この時の斜面水平変位量 $\delta_r$ は $E_{eq}$ から波形 によらず一意的に決定できる<sup>1)</sup>。

$$\delta_r = E_{eq} / \left[ \rho g D \tan\left(\phi - \theta\right) \right] \tag{3}$$

つぎに図1の密度 $\rho$ ,鉛直厚さDの滑動ブロックが厚さ $D_0$ の非滑動表層上を滑る無限長斜面について,水平長Lの区間に着目する。この斜面に地動水平加速度 $i_0(t)$ を加えるのは従来の Newmark 法と同様だが,ここでは加速度が仮想斜面体(図1の 陰影部分:質量ゼロの完全剛体で底部はS波インピーダンス $\rho_s V_s$ の1次元地盤と接する)を通して加わるとする。仮想斜面体で



図1 解析対象の無限長斜面解析モデル



図 2 解析例 ( $\phi$  =35°, 斜面角度  $\theta$  =30°, 密度  $\rho_s$  =1.8 t/m<sup>3</sup>, S 波速度  $V_s$ = 200 m/s の直線斜面上を滑る層厚 H = 5 m, 密度  $\rho$  =1.8 t/m<sup>3</sup>の滑動ブロック, 200gal 入力)

は下部地盤から加速度 $\ddot{u}_1$ のSH波が上昇し、斜面体底部境界面で反射し下降加速度波 $\ddot{u}_2$ として地盤中に戻る。 境界面を原点とし上向きにz軸をとり深さzと境界面z=0での加速度 $\ddot{u}(t), \ddot{u}_0(t)$ をそれぞれ次式で表わす。  $\ddot{u}(t) = \ddot{u}_1(t-z/V_s) + \ddot{u}_2(t+z/V_s)$   $\ddot{u}_{z=0} \equiv \ddot{u}_0(t) = \ddot{u}_1(t) + \ddot{u}_2(t)$  (4) この $\ddot{u}_0(t)$ により Newmark法と同様に水平加速度 $\ddot{u}_0(t)$ が仮想斜面体上の密度 $\rho$ 厚さ $D+D_0$ のブロックに加わる。 滑動ブロックの滑動時の相対加速度を $-\ddot{\delta}(t)$ とすると絶対加速度は $\ddot{u}_0 - \ddot{\delta}$ であり、ブロック慣性力と斜面底部境 界面でのSH 波伝播によるせん断応力との釣合い式として式(5)が得られ下流への滑動開始条件は式(6)となる。

キーワード 地震波動エネルギー, Newmark 法, 無限長斜面, 重力エネルギー, 摩擦角 連絡先 〒120-0026 東京都足立区千住旭町 TEL03-3870-0393

$$\rho D(\ddot{u}_{1}(t) + \ddot{u}_{2}(t) - \ddot{\delta}(t)) + \rho D_{0}(\ddot{u}_{1}(t) + \ddot{u}_{2}(t)) = \rho_{s} V_{s} [\dot{u}_{1}(t) - \dot{u}_{2}(t)]$$
(5)  
$$\ddot{\delta}(t) = [\ddot{u}_{1}(t) + \ddot{u}_{2}(t) - g \tan(\phi - \theta)] \cos(\phi - \theta) \cos\theta / \cos\phi$$
(6)

### 3. 数值解析結果

図 2 には $\phi$  =35°,  $\theta$  =30° に振幅 2.0 m/s<sup>2</sup>,振動数 *f*=1.0Hz のテーパ付き正弦波加速度を $u_1$ =2.0m/s<sup>2</sup> で入力した 場合の計算例を示す。前論文では Wilson の  $\Theta$  法で高周波振動の混じる応答となったが、今回は  $D_0/D$ =0.12 の 非滑動層を導入し Newmark $\beta$  法を使うことで、発散せず式(5)(6)の数値計算が行うことができた。上昇波加速 度 $u_0$ は下流側への滑動開始加速度 $g \tan(\phi - \theta)$ =0.84 m/s<sup>2</sup> を 2 サイクル目で超えて(b)のようにブロックの相対速 度が専ら下流側(+側)に生じ、それを積分した相対変位が下流側に累積する。(c)のエネルギーについては 上昇波エネルギー $E_u$ に比べ下降波エネルギー $E_d$ が小さく、斜面滑動に使われる地震エネルギー $E_{eq}=E_u-E_d$ は滑

りの進行と共に単調増加する。滑りにより重 カエネルギー $E_{gr}$ が増加し、地震波供給エネ ルギー $E_{eq}$ と合わせた合計 $E_{gr}+E_{eq}$ は摩擦損失 エネルギー $E_{dp}$ と式(1)の通り一致しているこ とが分かる。

図 3 は種々の条件の斜面について同様に 計算した結果を,縦軸にはエネルギー比  $E_{eq}/E_u$ をブロックインピーダンス比  $\alpha = \rho D \omega / \rho_s V_s$ と厚さ波長比係数 $\beta = [1 - Df / V_s]^3$ により基準化し横軸の $E_u / E_{u0}$ の対数に対しプ ロットしている。ここに横軸分母の

 $E_{u0} = (\pi \rho_s V_s g^2 \tan^2(\phi - \theta)) / (4\omega^3)$  (7) は Newmark 法による滑り加速度から算出し た閾値エネルギーである<sup>2)</sup>。このように基準 化表示すると、すべてのプロットがほぼ重な る。この一意的な関係は図中に示すように現



実的な斜面問題を想定した *D*,  $\phi - \theta$ , *V<sub>s</sub>*, *f* の設定範囲で成立し、上昇波エネルギー*E<sub>u</sub>*から実際に斜面滑りで使うエネルギー*E<sub>eq</sub>* を決めるのに使うことができる。すなわち *E<sub>u</sub>/E<sub>u0</sub>*<1.0 では滑りは起きず、*E<sub>u</sub>/E<sub>u0</sub>*>1.0 では *E<sub>eq</sub>/E<sub>u</sub>*>0 となって滑りが始まり片対数グラフ上でほぼ直線的に増加する。*E<sub>u</sub>/E<sub>u0</sub>*=10~20 で *E<sub>eq</sub>/E<sub>u</sub>*≒1.1 のピーク値をとったあとほぼ直線的に減少する。この関係は Wilsonの 法を用いた前論文<sup>2)</sup>での結果とほぼ一致することが確認できた。すなわち上昇波エネルギー*E<sub>u</sub>* のうち斜面滑りに使われる *E<sub>eq</sub>* の割合は *E<sub>u</sub>/E<sub>u0</sub>*により激しく変動するが、縦軸を *a*, *β* で基準化することによりその変化傾向は統一的に扱えることが分かる。

- 4. 地震入力に対する斜面滑り変位の計算手順(詳細は文献 2)参照)
- ① パラメータ D,  $\phi \theta$ ,  $V_s$ , f の設定  $\rightarrow \alpha = \rho D \omega / \rho_s V_s$ ,  $\beta = [1 Df / V_s]^3$  の計算
- ② 設計地震動のマグニチュード M, 等価震源距離 R(km), 斜面と地震基盤のS波インピーダンスそれぞれ psVs, (psVs)s.base から次式により上昇エネルギー比 Eu/EIP を計算する<sup>2)</sup>。

$$E_{u}/E_{IP} = \left[ (\rho_{s}V_{s})/(\rho_{s}V_{s})_{s.base} \right]^{0.70} \qquad E_{IP} = TE / \left[ 4\pi (R \times 1000)^{2} \right] \leftarrow \log TE = 1.5M + 1.8$$

③ 設計地震波を等価な正弦波に置換→式(7)により  $E_{u0}$ の計算→ $E_u/E_{u0}$ の計算→図3の縦軸値  $E_{eq}/E_u/\alpha/\beta$ の読取 → $E_{eq}/E_u$ の計算→ $E_{eq}/E_u \times E_u = E_{eq}$ を計算→式(3)の $\delta_r = E_{eq}/\lceil \rho g D \tan(\phi - \theta) \rceil$ より斜面変位  $\delta_r$ を算出。

#### 5. まとめ

地震波動エネルギーから直接,斜面滑りの有無と滑り変位量を統一的に評価できるエネルギーNewmark 法のモデル・方程式と数値解析例を示した。多様なパラメータに対し一意的な  $E_u/E_{u0} \sim E_{eq}/E_u/\alpha/\beta$  関係が成り立つ。 地震波をエネルギー的に等価な正弦波に置換えることにより,設計加速度波形を必要とせずマグニチュード Mと震源距離 R から簡便に滑りの有無と滑る場合の水平変位量  $\delta_r$ が統一的に計算できることを示した。

参考文献:1) 國生剛治(2014):地震地盤動力学の基礎-エネルギー的視点を含めて-,第6章,鹿島出版会,321-352. 2) 國生剛治(2019): エネルギーNewmark 法による地震時斜面滑り発生と滑り変位量の簡易評価,地盤工学ジャーナル,Vol.14, No.1, 1-16.