ゲート下流側に形成されるdeveloping flowの形状係数と乱流境界層の発達に関する検討

日本大学理工学部　正会員　○佐藤柳言
日本大学理工学部　正会員　高橋正行

1.　まえがき

スルースゲート下流側に形成される射流は，縮流部（vena contracta，図1の断面⓪）で一様な流速分布となり，その下流側では乱流境界層が流下とともにその厚さを増し，やがて水面に到達する．乱流境界層が水面に到達した断面はcritical pointと呼ばれ[1]，その上流側の乱流境界層が発達中の流れはdeveloping flowと呼ばれ[1]ている．

Ohtsu and Yasuda[1]は，スルースゲート下流側に形成されるdeveloping flowの水面形状と乱流境界層の発達状態とを解析的に求める方法を提示した．水深と乱流境界層厚の解析方法において，developing flowの抵抗則を空気流の場合の平板上の乱流境界層と同様であるものとしている．しかしながら，ゲート下流側の射流のdeveloping flowの乱流境界層の特性が平板上の乱流境界層の特性と類似していることの検証はなされていない．

本研究は，長方形断面水平水路のスルースゲート下流側に形成される射流のdeveloping flowを対象に，流速と乱れ強さについて実験的検討を行い，developing flowの形状係数と乱流境界層の発達に関して検討したものである．

2.　Developing flowの解析

長方形断面水平水路のスルースゲート下流側の射流において，流れは二次元的に取り扱えるものとし，乱流境界層外側の領域 ($\delta \le y \le h$) のエネルギー損失は無視できるものと仮定する．ここに，δ は乱流境界層厚，y は水路床を原点とする鉛直上向きの座標，h は水深である．図1の断面⓪①間の水面に沿った流線にベルヌーイの定理を適用すると，

$$\frac{{U_0}^2}{2g} + h_0 = \frac{U^2}{2g} + h \tag{1}$$

となる．ここに，g は重力加速度，h_0 は縮流部⓪の水深，U_0 は縮流部の断面平均流速，U は乱流境界層外側の流速である．(1) を無次元量 $J\,[= U_0/U]$ と縮流部のフルード数 $\mathsf{F}_0\,[= U_0/\sqrt{gh_0}]$ を用いて整理すると，

$$\frac{h}{h_0} = \frac{1}{2}{\mathsf{F}_0}^2\left(1 - \frac{1}{J^2}\right) + 1 \tag{2}$$

となる．

断面⓪①間の連続の式より，

$$U_0 h_0 = U(h - \delta_1) \tag{3}$$

が示される．ここに，δ_1 は排除厚であり，

$$\delta_1 = \int_0^h \left(1 - \frac{\overline{u}}{U}\right) \mathrm{d}y \tag{4}$$

で定義される．ここに，$\overline{u}$ は x 方向の時間平均流速，x は水路床に沿う流下方向の座標である．(3) の両辺を縮流部⓪の単位幅流量 $q = U_0 h_0$ で除し，$J\,[= U_0/U]$ と (2) を用いて排除厚 δ_1/h_0 について整理すると，

$$\frac{\delta_1}{h_0} = \frac{1}{2}{\mathsf{F}_0}^2\left(1 - \frac{1}{J^2}\right) + 1 - J \tag{5}$$

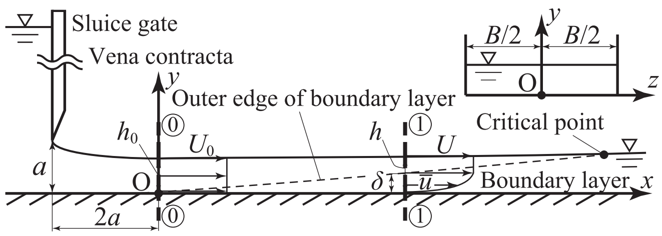

図1 定義図

が得られる．乱流境界層内 ($0 \le y \le \delta$) の流速 $\overline{u}$ の分布は，

$$\frac{\overline{u}}{U} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{N}} \quad \text{for} \quad 0 \le y \le \delta \tag{6}$$

の $1/N$ 乗則で近似されるものと仮定する．また，乱流境界層外側 ($\delta \le y \le h$) の流速は一様分布であり，

$$\frac{\overline{u}}{U} = 1 \quad \text{for} \quad \delta \le y \le h \tag{7}$$

となる．(4) に (6) と (7) を用いると，

$$\delta_1 = \frac{1}{N+1}\delta \tag{8}$$

となる．

二次元非圧縮性流体で定流の場合，水平水路の乱流境界層に対するレイノルズ方程式を境界層近似[2]して解くと，

$$\frac{\mathrm{d}\delta_2}{\mathrm{d}x} + \frac{2\delta_2 + \delta_1}{U}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x} = \frac{C_\mathrm{f}'}{2} \tag{9}$$

が得られ，カルマンの運動量方程式[3]と同一表示となる[4]．ここに，δ_2 は運動量厚，C_f' は局所摩擦抵抗係数であり，

$$\delta_2 = \int_0^h \frac{\overline{u}}{U}\left(1 - \frac{\overline{u}}{U}\right)\mathrm{d}y, \tag{10}$$

$$C_\mathrm{f}' = \overline{\tau}_0 \bigg/ \left(\rho\frac{U^2}{2}\right) \tag{11}$$

で定義される．ここに，$\overline{\tau}_0$ は壁面剪断応力，ρ は水の密度である．(6) と (7) を (10) に用いると，

$$\delta_2 = \frac{N}{(N+1)(N+2)}\delta \tag{12}$$

となる．(8) と (12) を用いて形状係数 $H_{12}\,[= \delta_1/\delta_2]$ について整理すると，

$$H_{12} = \frac{N+2}{N} \tag{13}$$

となる．ここで，局所摩擦抵抗係数 C_f' は滑面平板上の乱流境界層の場合と同様であるものと考えると，

$$C_\mathrm{f}' = 0.0592\left(\frac{Ux}{\nu}\right)^{-\frac{1}{5}} \quad \text{for} \quad 3\times10^5 \le \frac{Ux}{\nu} \le 1\times10^7 \tag{14}$$

で示される[3]．ここに，ν は動粘性係数である．(14) は，流速分布が1/7乗則である場合の抵抗則であり，$N = 7$ を (13) に代入すると，形状係数は $H_{12} \approx 1.3$ となる．(9) に (5)，(8)，(12)，(14) と $N = 7$ を代入して縮流部 ($x = 0$，$U = U_0$)

キーワード：developing flow，乱流境界層，形状係数，射流，スルースゲート
連絡先：〒101-8308　東京都千代田区神田駿河台1-8-14　日本大学理工学部土木工学科　TEL. 03-3259-0528

の境界条件のもとで解くと，

$$\frac{x}{h_0} = 194\mathsf{R}^{\frac{1}{4}}\left\{\frac{37}{99}\mathsf{F}_0{}^2\left(1 - J^{-\frac{11}{5}}\right)\right.$$
$$\left. + \frac{23}{9}\left(2 + \mathsf{F}_0{}^2\right)\left(J^{-\frac{1}{5}} - 1\right) - \frac{8}{9}\left(1 - J^{\frac{4}{5}}\right)\right\}^{\frac{5}{4}} \quad (15)$$

となる．ここに，$\mathsf{R}\,[= q/\nu]$ はレイノルズ数である．$N = 7$ として (5) と (8) を用いると，

$$\frac{\delta}{h_0} = 8\left\{\frac{1}{2}\mathsf{F}_0{}^2\left(1 - \frac{1}{J^2}\right) + 1 - J\right\} \quad (16)$$

が得られる．

3. 実験

実験は，スルースゲートを有する水路幅 $B = 0.400\,\mathrm{m}$ の長方形断面水平水路において，表 1 に示される条件の射流が形成されるようにスルースゲートの開口高 a と流量 Q を調整して行われた．なお，縮流部はレイノルズ数 R の大きさによらずゲートから下流に $2a$ の位置 5) で生じるものと仮定して実験を行った．水深 h はポイントゲージで測定された．x 方向の時間平均流速 $\overline{u}$ と乱れ強さ $\sqrt{\overline{u'^2}}$ は，一次元レーザードップラー流速計（採取時間 180 s）で測定された水路中央面 ($z = 0$) の x 方向の瞬間流速 u を用いて算出された．ここに，$u'\,[= u - \overline{u}]$ は x 方向の変動流速である．

(8) と (13) を用いて δ について整理すると，

$$\delta = \delta_1(H_{12} + 1)/(H_{12} - 1) \quad (17)$$

となる．乱流境界層厚 δ は，実測された $\overline{u}$ と h を (4) に代入して得られる排除厚 δ_1 の実測値と $N = 7$ の場合の形状係数 $H_{12} = 1.3$ を (17) に用いて算出された．

4. 結果

4.1 流速特性

流速 $\overline{u}$ と水深 h の実測値より得られる排除厚 δ_1 と運動量厚 δ_2 から求められた形状係数 H_{12} の結果を図 2 に示す．図 2 に示されるように，与えられた F_0 に対して，$3.2\times10^4 \le \mathsf{R} \le 9.2\times10^4$ の場合，x/h_0 の大きさによらず developing flow の形状係数は $H_{12} = 1.3 \sim 1.4$ となる．すなわち，developing flow の乱流境界層内の流速 $\overline{u}/U$ の分布は (6) で $N = 5 \sim 7$ にすることで概ね近似される．

与えられた F_0，R，x/h_0 に対する developing flow の乱れ強さ $\sqrt{\overline{u'^2}}/U$ の結果の一例を図 3 に示す．図 3 に示されるように，乱流境界層内 ($0 \le y/\delta \le 1$) では y/δ の増加とともに $\sqrt{\overline{u'^2}}/U$ の値は小さくなり，$y/\delta \gtrsim 1.2$ では y/δ の大きさによらず $\sqrt{\overline{u'^2}}/U$ はほぼ一定の値を示す．すなわち，ゲート下流側の developing flow において，平板上の乱流境界層内の乱れが $y/\delta \simeq 1.2$ まで間欠的に到達する 6) ことと類似な現象が生じているものと考えられる．また，図 3 より，与えられた F_0 と x/h_0 に対して，$3.2\times10^4 \le \mathsf{R} \le 9.2\times10^4$ の場合は，R の変化による乱れ強さ分布の変化は認められない．

4.2 水深と乱流境界層厚

水深 h/h_0 と乱流境界層厚 δ/h_0 の流下方向変化の一例を図 4 に示す．図中の各プロットは h/h_0 と δ/h_0 の実験値であり，各線は (2)，(15)，(16) より得られる h/h_0 と δ/h_0 の計算値である．与えられた F_0 と R に対して，図 4 に示されるように，x/h_0 の増加とともに h/h_0 と δ/h_0 はそれぞれ大きくなる．$\mathsf{R} = 9.2\times10^4$ の場合，h/h_0 および δ/h_0 の実験値と計算値はそれぞれ概ね一致する．

表 1 実験条件

F_0 [–]	$\mathsf{R}\times10^{-4}$ [–]	B/h_0 [–]	a [m]	Q [m^3/s]
8.0	3.2	34	0.0185	0.0129
8.0	4.2	24	0.0259	0.0214
8.0	9.2	17	0.0374	0.0371

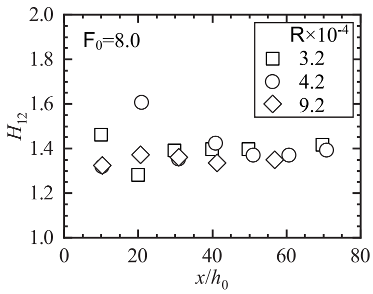

図 2 形状係数

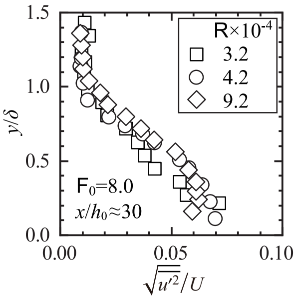

図 3 乱れ強さ分布

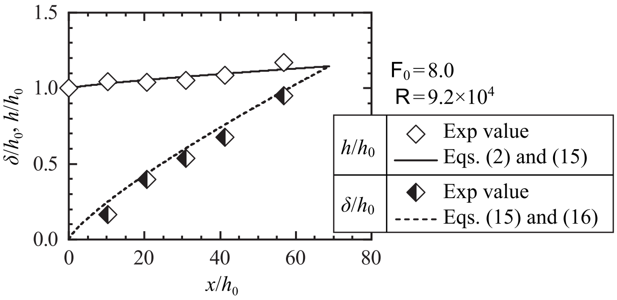

図 4 水深と乱流境界層厚の流下方向変化

5. まとめ

長方形断面水平水路のスルースゲート下流側に形成される縮流部のフルード数 $\mathsf{F}_0 = 8.0$ の developing flow を対象に，形状係数と乱流境界層の発達に関する検討を行い，得られた結果を以下に示す．

- レイノルズ数 R が $3.2\times10^4 \le \mathsf{R} \le 9.2\times10^4$ の場合，developing flow の形状係数 H_{12} は平板上の乱流境界層の場合と同様に $H_{12} = 1.3 \sim 1.4$ となる．
- 与えられた縮流部のフルード数 F_0 と相対距離 x/h_0 に対して，$3.2\times10^4 \le \mathsf{R} \le 9.2\times10^4$ の場合，乱れ強さ $\sqrt{\overline{u'^2}}/U$ の分布に対する R の影響は認められない．
- $\mathsf{R} = 9.2\times10^4$ の場合，(2)，(15)，(16) より得られる h/h_0 と δ/h_0 の計算値は，h/h_0 および δ/h_0 の実験値とそれぞれ概ね一致する．

謝辞：著者の一人（高橋正行）は，本研究の一部に科研費 (19K04624) の助成を受けた．ここに記して謝意を表します．

参考文献

1) Ohtsu, I., and Yasuda, Y.: Characteristics of supercritical flow below sluice gate, *J. Hydr. Eng.*, 120(3), 332–346, 1994.
2) Rouse, H. (ed.): *Advanced mechanics of fluids*, John Wiley and Sons, 1959.
3) Schlichting, H.: *Boundary layer theory*, McGrow-Hill, 1979.
4) Satoh, R., Takahashi, M., and Ohtsu, I.: Characteristics of supercritical flow below a sluice gate in a horizontal channel, *Proc. 38th IAHR World Congress*, Panama City, Panama, 4109–4118, 2019.
5) Rajaratnam, N.: Free flow immediately below sluice gates, *J. Hydr. Div.*, 103(4), 345–351, 1977.
6) Klebanoff, P.S.: Characteristics of turbulence in boundary layer with zero pressure gradient, *NACA Rep.*, 1247, 1955.