

## 複素解析による大域的な扇状地透水係数の推定

岐阜大学工学部社会基盤工学科 正会員 ○大橋 慶介  
 国土交通省中部地方整備局 非会員 杉山ありさ  
 岐阜大学流域圏科学研究センター 正会員 児島 利治

## 1. 目的

扇状地では表流水と地下水の交換により、扇頂部では河川流量が低下する失水現象が、扇端部では流量が増加する得水現象が明確に生じる。その割合は低水時で約 20%、高水時で数%に及ぶことが流量観測と数値計算から知られている<sup>1)</sup>。この水交換現象を正確にシミュレーションすることは扇状地および沖積平野に人口や資産が集中する地域において、治水・利水・環境の多方面に活用可能な技術となりうる。シミュレーションには透水特性を表現する透水係数や地下水の通水厚といったパラメーターが入力値として必要であるが、扇状地や沖積平野スケールでの大域的な透水特性の取得は極めて困難である。大域的な透水係数は、透水層の配置と透水係数の大きさから理論的に算出可能ではあるものの、地下水の全ての浸透経路においてそれらの配置や値を知ることは、調査コストや土地利用の制約により現実的ではない。他方、離散的な調査結果から代表値を求める方法では、ボーリング調査から得られる不透水層深度や、コア試料の透水試験から得られる透水係数は、いずれもばらつきが大きく大域を代表する値としては不確実性が伴う。

これらの問題を解決するために本研究では、扇状地での地下水自由水面形に着目した透水係数の推定を試みる。自由水面形は透水性の異なる地盤内を通過した流動の結果として、最終的に形成される大気と水の境界面である。ここでは、その大域的な流動の結果である自由水面形から透水係数を逆算する方法を用いる。計算条件は、無限に深く、且つ均質な透水性地盤という簡略な仮定に基づくものである。そして、適用例の多い Dupuit-Forchheimer (準平行流) 仮定、すなわち、通水厚さが既知の一定値、均質な透水性地盤、且つ地下水流が深度方向に一樣な速度分布を有するという前提条件による透水係数と比較する。

キーワード 大域的な透水係数, 扇状地, 複素解析

連絡先 〒501-1193 岐阜県岐阜市柳戸 1-1 ohasikei@gifu-u.ac.jp

## 2. 方法

自由水面形状と透水性との関係式を得るために複素解析の写像変換を用いる<sup>2)</sup>。図-1における物理平面の任意の多角形を別の複素平面の上半面に写像する複素関数は、

$$\frac{dz}{d\zeta} = C(\zeta - \xi_1)^{\frac{\alpha_1}{\pi} - 1} (\zeta - \xi_2)^{\frac{\alpha_2}{\pi} - 1} \dots (\zeta - \xi_n)^{\frac{\alpha_n}{\pi} - 1} \quad (1)$$

で表され、Schwarz-Christoffel の公式と呼ばれる<sup>3)</sup>。 $\xi_i$  は多角形の頂点  $z_i$  と対応する  $\zeta$  平面の実軸上の点で、 $\alpha_i$  は頂点  $z_i$  の内角である。一方で、扇状地から失水する流動モデルとして、透水係数  $k$  (m/s) の無限に深い均質透水性地盤の上を流れる川幅  $B$  (m) の河道から、単位幅浸透流量  $q$  (m<sup>2</sup>/s) が水平対称に生じ、水平距離  $l$  (m) 地点で表流水と地下水の水位差が  $H_w$  (m) となる条件を考える(図-2)。この幾何条件に対して、Schwarz-Christoffel の公式による写像変換、Jacobi の楕円関数、Joukowski 関数、およびダルシー則等による式変形を経て、扇状地の失水流動モデルから

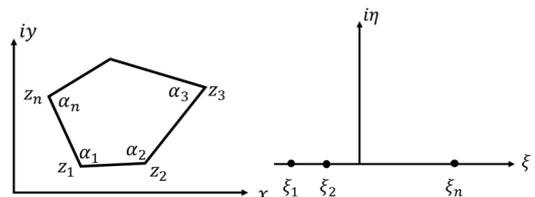


図-1  $\omega$  平面 (物理平面) と写像変換先の  $\zeta$  平面

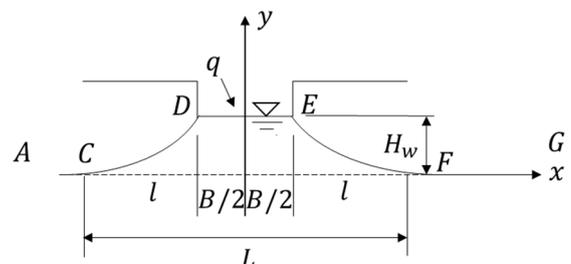


図-2 扇状地での失水モデルによる幾何条件

自由水面形と透水係数, 失水流量, 水位差の関係式,

$$2 \frac{K}{K'} = \frac{q}{kH_w} \quad (2)$$

が得られる<sup>4)</sup>. ここで,  $K$  および  $K'$  は第1種完全楕円積分であり, 河道の幾何条件から  $K/K'$  は図-3 のように整理することができる.

### 3. 結果と考察

地下水流動経路 (図-4(a)) の自由水面形状 (図-4(b)) と河道の幾何条件および失水流量観測から得たパラメーターを表-1 に示す. この流動経路は, 既往研究<sup>5)</sup>の平水時における2次元河川および自由地下水流動解析によるものである. 図-3 から  $K/K'$  は約 0.25, 式2 から透水係数  $k = 4.4 \times 10^{-4}$  が求まる.

次に, 準並行流仮定による透水係数  $k_D$  を求める. 通水厚を  $D$  (m) とするとダルシー則  $k_D = ql / H_w D$  から  $k_D$  は  $D=10$  で  $1.3 \times 10^{-1}$ ,  $D=100$  で  $1.3 \times 10^{-2}$  となる. 複素解析による  $k$  と比較して  $k_D$  は約 100~1000 倍の値を示す. これは, 図-4(b) の条件で自由水面と平行に不透水層が存在するとした準並行流仮定が成立しない可能性を示しており, 通水厚を一意に決めにくいという問題も依然として残る結果である.

最後に, 土質試験による局所的な透水係数  $k_B$  を加えてまとめた結果を表-2 に示す. 土質試験結果は流動経路近傍のものを用いた. 透水係数  $k_B$  の対数平均に比べて複素解析による  $k$  はやや大きいと同じオーダーの値を示している. ただし, この結果は対象スケールが異なるため参考に留めるのが適当である.

### 4. 結論

複素解析により扇状地の大域的な透水係数を求めた. その値は準並行流仮定に基づく結果の約 1/100~1/1000 に相当する  $4.4 \times 10^{-4}$  m/s となり, 大域的な透水係数との直接の比較は難しいが, 局所的な透水係数であるボーリング試料試験値と同オーダーであった.

### 参考文献

- 1) 大橋慶介, 神谷浩二, 児島利治: 沖積平野における地下水の動態解明と涵養量の推定, 河川技術論文集, 第20巻, 巻末資料, 2014.
- 2) Pelageya Polubarinova-Kochina: Theory of Ground Water Movement, p.120, pp.130-131, 1962.
- 3) 日野幹雄: 流体力学, 朝倉書店, pp.130-133, 1992.
- 4) 宇野尚雄: 地下水位が浅い地盤への水路からの定常浸透における浸透流量と自由水面形, 土木学会論文集, 第157号, pp.28-41, 1968.
- 5) 大橋慶介: 扇状地における洪水調節の評価, 土木学会論文集 B1(水工学) Vol.75, No.2, I\_1225-I\_1230, 2019.

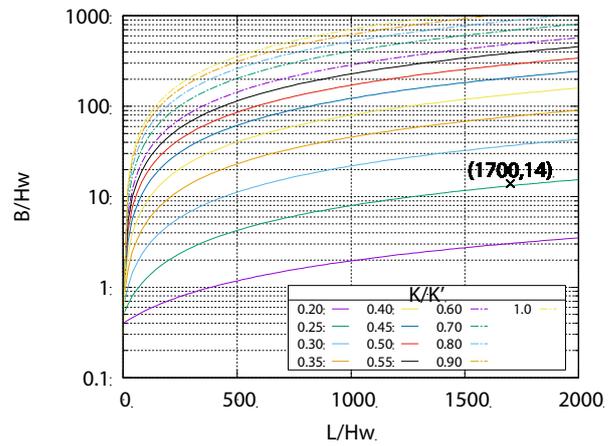


図-3 自由水面の幾何条件と  $K/K'$  値の関係



図-4(a) 数値計算による地下水流動経路の一例

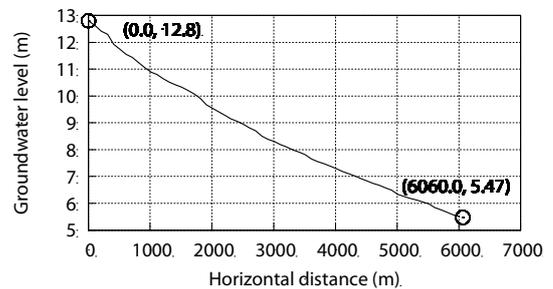


図-4(b) 数値計算による自由水面形の一例

表-1 計算パラメーター

$H_w$ (m)	$l$ (m)	$B$ (m)	$L$ (m)	$B/H_w$	$L/H_w$	$q$ (m <sup>2</sup> /s)	$K/K'$
7.3	6,060	100	12,220	14	1700	0.0016	0.25

表-2 透水係数の比較

調査手法		透水係数 (m/s)			
複素解析		$k = 4.4 \times 10^{-4}$			
準並行流仮定		$k_D = 1.3 \times 10^{-1}$ (通水厚 10 m) $k_D = 1.3 \times 10^{-2}$ (通水厚 100 m)			
ボーリング調査	採取深度 (G.L. -m)	試験方法	$k_B$	算術平均	対数平均
No. 1	9.15-9.54	注水法	$1.4 \times 10^{-5}$	$2.4 \times 10^{-5}$	$1.2 \times 10^{-4}$
No. 2	0.00-7.70	室内透水	$8.8 \times 10^{-5}$		
No. 3	0.00-8.80	室内透水	$3.0 \times 10^{-4}$		
No. 4	8.15-8.30	回復法	$4.8 \times 10^{-4}$		
No. 5	0.00-7.45	室内透水	$9.1 \times 10^{-5}$		
No. 6	8.15-8.40	回復法	$6.7 \times 10^{-4}$		
No. 7	3.00-5.00	定水位法	$3.7 \times 10^{-5}$		