

階段状水路における nonaerated skimming flow の水深と乱流境界層厚の流下方向変化

日本大学大学院理工学研究科 学生会員 ○高橋達也
日本大学理工学部 正会員 佐藤柳言
日本大学理工学部 正会員 高橋正行

1. まえがき

階段状水路は、ダムや堰などの落差構造物や急傾斜水路を流下する高速流を傾斜面上で減勢させる方法として利用されている^{1),2)}。階段状水路に流入した流れが skimming flow (階段の各隅角部で常に渦の形成が認められる流況¹⁾)となる場合、乱流境界層が流下とともに発達し、やがて水面に到達して空気が混入し始める。この断面は空気混入開始断面 (inception point, 以下 I.P. と略す) と呼ばれ、I.P. より上流側が nonaerated skimming flow, 下流側が aerated skimming flow に分類される (図1 参照)。

従来の研究¹⁾⁻³⁾によって、aerated skimming flow の擬似等流区間および不等流区間における空気混入流水深、流速、比エネルギーが明らかにされた。また、nonaerated skimming flow の水深と乱流境界層厚を解析的に求める方法が示され⁴⁾、限られた条件の下で検証が行われた。しかしながら、解析方法が広範囲な相対ステップ高さで水路傾斜角度に対して適用できるかについては不明である。

本研究では、水路傾斜角度 $\theta = 19^\circ$ の階段状水路で形成される nonaerated skimming flow を対象に、相対ステップ高さの影響を考慮した局所摩擦抵抗係数の実験式を示し、水深と乱流境界層厚の流下方向変化を検討した。

2. 解析

2.1 水深と乱流境界層厚

図1に示される断面①と断面③との間の自由水面に沿った流線に Bernoulli の定理を適用する。乱流境界層外側 ($\delta \leq y \leq d$) ではエネルギー損失は無視できる⁵⁾ことから、

$$1.5d_c + x \sin \theta = d \cos \theta + U^2/(2g) \quad (1)$$

が得られる。ここに、 $d_c [= \sqrt[3]{q^2/g}]$ は限界水深、 x は仮想底面 (pseudo bottom) に沿った流下方向の座標、 d は断面③の水深、 U は断面③の乱流境界層外側の流速、 g は重力加速度である。

階段状水路の edge 断面 (図1) における乱流境界層内 ($0 \leq y \leq \delta$) の流速分布は、

$$\bar{u}/U = (y/\delta)^{1/N} \quad \text{for} \quad 0 \leq y \leq \delta \quad (2)$$

で近似されるものとする。ここに、 $\bar{u}$ は x 方向の時間平均流速、 y は仮想底面を原点とする仮想底面に垂直上向きの座標、 δ は乱流境界層厚である。また、乱流境界層外側 ($\delta \leq y \leq d$) では、

$$\bar{u}/U = 1 \quad \text{for} \quad \delta \leq y \leq d \quad (3)$$

となる。排除厚 $\delta_1 [= \int_0^d (1 - \bar{u}/U) dy]$ は (2) と (3) を用いて、

$$\delta_1 = \delta/(N+1) \quad (4)$$

となり、単位幅流量 q は、

$$q = U(d - \delta_1) \quad (5)$$

で示される。(4) を (5) に用いて、 U について整理して (1) に代入し、(2) の N は x によらず一定と仮定し、両辺を流下方向座標 x で微分すると、

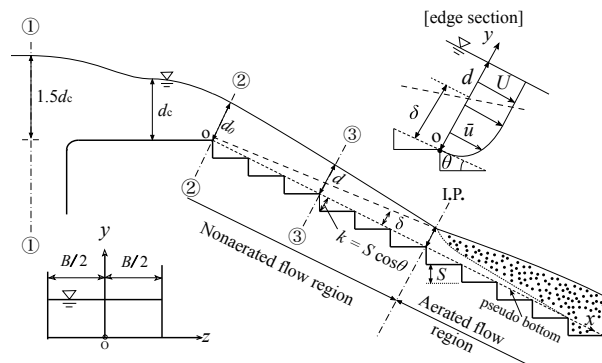


図1 階段状水路の定義図

$$\frac{dd}{dx} = \frac{\sin \theta \left(\frac{d}{d_c} - \frac{1}{1+N} \frac{\delta}{d_c} \right)^3 - \frac{1}{1+N} \frac{d\delta}{dx}}{\cos \theta \left(\frac{d}{d_c} - \frac{1}{1+N} \frac{\delta}{d_c} \right)^3 - 1} \quad (6)$$

が得られる。

二次元非圧縮性流体で定流の場合、階段状水路の nonaerated skimming flow において仮想底面上の剪断応力 τ_0 を考慮することで乱流境界層の運動量方程式は、

$$\frac{d\delta_2}{dx} + \frac{2\delta_2 + \delta_1}{U} \frac{dU}{dx} = \frac{C_f}{2} \quad (7)$$

で示される⁴⁾。ここに、 $\delta_2 [= \int_0^d \frac{\bar{u}}{U} (1 - \frac{\bar{u}}{U}) dy]$ は運動量厚、 $C_f [= \tau_0 / (\frac{1}{2} \rho U^2)]$ は局所摩擦抵抗係数、 ρ は水の密度である。運動量厚 δ_2 は (2), (3) より、

$$\delta_2 = N\delta / \{(N+1)(N+2)\} \quad (8)$$

となる。(1), (4), (8) を (7) に用いて整理すると、

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{(N+1)(N+2)}{2N} C_f - \left(1 + \frac{N+2}{2N} \right) \cdot \frac{\delta}{x} \cdot \frac{\sin \theta - \frac{dd}{dx} \cos \theta}{\sin \theta + 1.5 \frac{d_c}{x} - \frac{d}{x} \cos \theta} \quad (9)$$

が得られる。

2.2 流速特性と抵抗則

乱流粗面傾斜水路における流速分布は、

$$\bar{u}/u_* = \Lambda(y/k)^{1/N} \quad (10)$$

で示される⁶⁾。ここに、 $u_* [= \sqrt{\tau_0/\rho}]$ は摩擦速度、 Λ は係数、 k は等値粗度高さである。階段状水路の skimming flow の場合、階段による凹凸を $k = S \cos \theta$ (S : ステップ高さ) で代表させることとする。(10) に乱流境界層外縁 ($y = \delta$) で $\bar{u} = U$ の境界条件を用いて C_f について整理すると、

$$C_f = 2\Lambda^{-2} \{ \delta / (S \cos \theta) \}^{-2/N} \quad (11)$$

が得られる。(11) に階段状水路の nonaerated skimming flow における乱流境界層厚の実験式⁷⁾を用いると、

$$C_f = \frac{2}{\Lambda^2} \left\{ 0.135 \frac{(1+N)}{N} \right\}^{-\frac{2}{N}} \left(\frac{x}{S \cos \theta} \right)^{-\frac{1.062}{N}} = a \left(\frac{x}{S \cos \theta} \right)^{-b} \quad (12)$$

が得られ、ここに、 a と b は係数である。

3. 実験

実験は、広頂堰を有する $\theta = 19^\circ$ の階段模型を水路幅 $B = 0.400\text{ m}$ の長方形断面水路に設置し、表 1 の条件となる nonaerated skimming flow を対象に行われた。水深 d はポイントゲージで測定され、時間平均流速 $\bar{u}$ はピトー管 (管径 3 mm , JIS-B8330) と一次元レーザードップラー流速計 (採取時間 120 s) で測定された。測定断面は水路中央部 ($z = 0$) の edge 断面を対象とした。乱流境界層厚 δ は (4), (8) より、

$$\delta = \{(H_{12} + 1)/(H_{12} - 1)\}\delta_1 \quad (13)$$

で示される。ここに、 $H_{12} [= \delta_1/\delta_2]$ は形状係数である。実測された d , $\bar{u}$ を用いて排除厚 δ_1 と運動量厚 δ_2 をそれぞれ求め、求められた δ_1 , δ_2 を (13) に代入して δ を算定した。

4. 結果

4.1 流速分布

与えられた θ , S/d_c , x/d_c に対する $\bar{u}/U$ の分布の一例を図 2 に示す。図 2 中の各プロットは実験値であり、各線は (2) に擬似等流空気混入流における N の実験式²⁾

$$N = 14\theta^{-0.65} \frac{S}{d_c} \left(\frac{100}{\theta} \frac{S}{d_c} - 1 \right) - 0.041\theta + 6.27 \quad (\theta \text{ in deg.}) \quad (14)$$

より算出された N の値を代入して求められる計算値である。図 2 に示されるように、 S/d_c の大きさにかかわらず、乱流境界層内 ($0 \leq y/\delta \leq 1$) では y/δ の増加とともに $\bar{u}/U$ は大きくなり、乱流境界層外側 ($y/\delta \geq 1$) では $\bar{u}/U = 1$ で一定となる。また、与えられた θ と S/d_c に対して、 x/d_c の大きさによらず $\bar{u}/U$ の実験値と (2), (14) より得られる計算値は概ね一致するため、(14) が適用できる。

4.2 局所摩擦抵抗係数

与えられた θ と S/d_c に対して、実測された d , δ , x , $d\delta/dx$, dd/dx と (14) より算出された N の値を (9) に与えると C_f の間接測定値が得られる。得られた間接測定値から局所摩擦抵抗係数 C_f の実験式は、

$$C_f = 0.026 \left(\frac{x}{S \cos \theta} \right)^{-b} \quad (15)$$

となる。

4.3 水深と乱流境界層厚

段落ち流れにおける自由越流の brink depth d_b は、 $d_b/d_c = 0.715$ で示される⁸⁾。断面②の水深 d_0/d_c は、本実験によると $d_b/d_c \approx d_0/d_c$ であったため、

$$d_0/d_c = 0.715 \quad (16)$$

で与えることとする。また、広頂堰上に形成される排除厚 δ_1 は、

$$\delta_1/L = 1.73(R_L)^{-0.5} \quad \text{for } R_L < 3 \times 10^5 \quad (17)$$

で示される⁹⁾。ここに、 $R_L [= V_c L/\nu]$ はレイノルズ数、 V_c は限界流速、 L は堰頂長さ、 ν は動粘性係数である。断面②においても (17) の δ_1 が形成され、(14) が適用できるものと考え、(4), (14), (17) より断面②の乱流境界層厚 δ_0/d_c が算出される。

水深 d/d_c と乱流境界層厚 δ/d_c の流下方向変化を図 3 に示す。図 3 中の各プロットは実験値である。また、各線は断面②の d_0/d_c と δ_0/d_c を境界条件として、(6), (9), (14), (15) を用いて数値積分して得られた計算値である。図 3 に示されるように、与えられた θ と S/d_c に対して、 x/d_c の増加とともに水深 d/d_c は小さくなり、乱流境界層厚 δ/d_c は

表 1 実験条件

S/d_c (-)	S (m)	q (m ² /s)
0.2	0.015	0.0643
0.4	0.030	0.0643
0.5	0.030	0.0460
0.8	0.060	0.0643

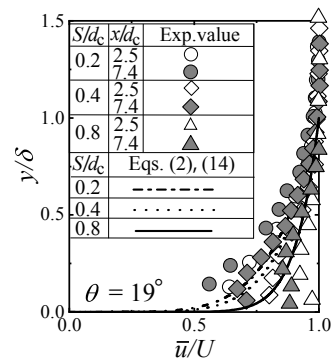


図 2 流速分布

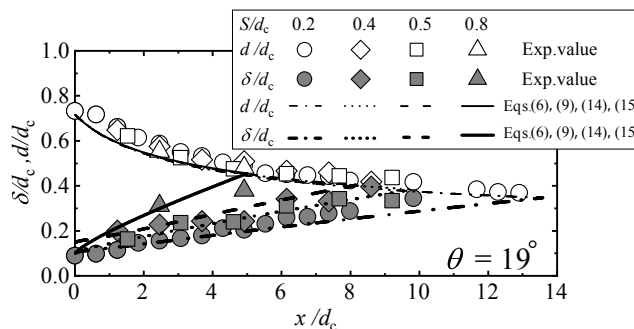


図 3 水深と乱流境界層厚

大きくなる。また、 S/d_c が大きくなると、 $\delta/d_c = d/d_c$ となる I.P. までの流下距離 x_i/d_c は小さくなる。さらに、与えられた θ と S/d_c に対して、 d/d_c および δ/d_c の実験値と計算値はそれぞれ 12% と 33% 以内の誤差率となった。

5. まとめ

階段状水路の nonaerated skimming flow を対象に相対ステップ高さを考慮した C_f の実験式を (15) で示した。また、与えられた θ に対して、(6), (9), (14), (15) を用いて水深 d/d_c と乱流境界層厚 δ/d_c を予測することが可能となった。

参考文献

- Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Takahashi, M.: Flow characteristics of skimming flows in stepped channels, *J. Hydr. Eng.*, 130(9), 860–869, 2004.
- Takahashi, M., and Ohtsu, I.: Aerated flow characteristics of skimming flow over stepped chutes, *J. Hydr. Res.*, 50(4), 427–434, 2012.
- 高橋正行, 竜沢宗一郎, 大津岩夫: 階段状水路の skimming flow における空気混入不等流の水理特性, 土木学会論文集 B1(水工学), 73(4), I_721–I_726, 2017.
- 佐藤柳言, 高橋正行, 大津岩夫: 階段状水路における nonaerated skimming flow の解析的検討, 土木学会論文集 B1(水工学), 75(2), I_811–I_816, 2019.
- Iwasa, Y.: Boundary layer growth of open channel flows on a smooth bed and its contribution to practical application to channel design, *Memoirs, Faculty of Eng., Kyoto Univ.*, 19(3), 229–254, 1957.
- Castro-Organ, O: Hydraulics of developing chute flow, *J. Hydr. Res.*, 47(2), 185–194, 2009.
- 山元雄生, 高橋正行, 大津岩夫: 階段状水路における nonaerated skimming flow の特性, 土木学会論文集 B1(水工学), 72(4), I_589–I_594, 2016.
- Rouse, H.: Discharge characteristics of the free overfall, *Civil Engineering*, 6(4), 257–260, 1936.
- Rouse, H.: *Engineering hydraulics*, John Wiley & Sons, 1949.