

粘弾性材料のエネルギー散逸制御を目的としたトポロジー最適設計法

名古屋大学 学生会員 ○安住 大地

JR 東日本コンサルタンツ株式会社 非会員 高橋 寛成

名古屋大学 正会員 干場 大也

名古屋大学 正会員 加藤 準治

1. はじめに

ゴム材料に配合される補強性ナノフィラーは、ゴム内部で微細なネットワーク構造を形成することが知られている。しかし、ナノフィラーのネットワーク構造とゴム材料の力学的性能との関係性は未だ明らかになっていない。そこで、均質化理論に基づくマルチスケール有限要素解析およびトポロジー最適化手法を活用することにより、ナノフィラー配合ゴムの力学的機構を解明するとともに、最適な材料設計を行うことが期待できる。

上記のシミュレーションの前提として、粘弾性材料の動的応答性能を制御するための最適化問題を適切に構築する必要がある。しかし、動的問題を対象としたトポロジー最適化の先行研究の中で、粘弾性材料の具体的な動的性能に着目した例は少なく、材料の貯蔵弾性率や損失弾性率を直接制御するような問題設定は見当たらない。そこで本研究では、複数の粘弾性材料からなる複合構造を想定し、周期的な荷重履歴のもとで貯蔵される弾性エネルギーあるいは散逸するエネルギーを目的関数として設定し、構造全体の動的コンプライアンスを制御するようなトポロジー最適化問題を設定した。

2. 粘弾性モデルと動的問題の有限要素方程式

粘弾性体のモデル化に際し、本研究では一般化 Maxwell モデルを採用する。図 1 に示す一般化 Maxwell 要素における応力-ひずみ関係として、Laplace 変換を用いて以下の式が得られる。

$$\sigma(t) = \left\{ E + \sum_{i=1}^k \tilde{E}_i \exp\left(-\frac{\tilde{E}_i \cdot t}{\eta_i}\right) \right\} \varepsilon(t) \quad (1)$$

ここで、 E は無限応答に対するバネ定数、 $\tilde{E}_i$ および η_i は i 番目の要素のバネ定数およびダッシュポット定数である。式(1)より、有限要素方程式は以下になる。

$$(\mathbf{K} + \mathbf{C}(t))\mathbf{d} + \mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}} - \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{K}$, $\mathbf{C}(t)$, $\mathbf{M}$, $\mathbf{F}$, $\mathbf{d}$ はそれぞれ純弾性行列、粘弾性行列、質量行列、荷重ベクトル、節点変位ベクトルである。 $(\ddot{\bullet})$ は 2 階の時間微分を表す。

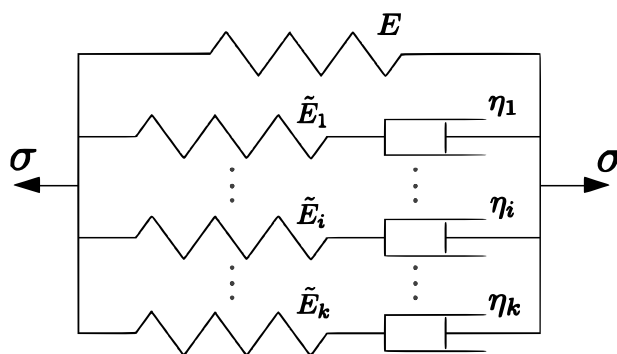


図 1 一般化 Maxwell モデル

3. トポロジー最適化問題の設定

本研究では SIMP 法を採用し、設計変数 s_e ($e=1, 2, \dots, N_e$) を N_e 個の有限要素メッシュで離散化された e 番目の要素における体積比率として定義する。この設計変数を用いて、ヤング率、密度、および粘性について、2 相材料の材料特性を内挿補間している。

以上を踏まえ、次の 2 通りの最適化問題を設定する。式(3)は純弾性要素が蓄えるエネルギーを目的関数 ϕ_1 として、貯蔵弾性率の最大化を想定したものである。一方、式(4)は粘弾性要素が散逸するエネルギーを目的関数 ϕ_2 として、損失弾性率の最大化を想定している。

キーワード トポロジー最適化, 粘弾性材料

連絡先 〒464-8603 愛知県名古屋市中千種区不老町 工学研究科土木工学専攻加藤研究室 TEL 052-789-3732

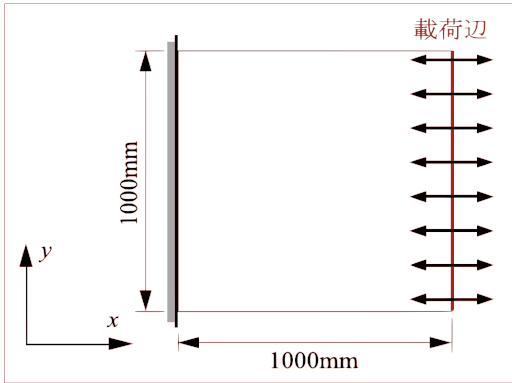


図 2 対象とする構造体モデル

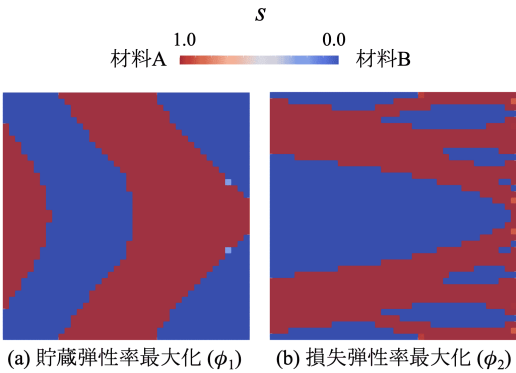


図 3 構造体の最適化結果

表 1 使用材料モデルの材料特性

材料	密度 ρ (g/cm ³)	ヤング係数 E (GPa)	粘弾性			
			$\bar{E}_1$ (GPa)	η_1 (GPa · msec)	$\bar{E}_2$ (GPa)	η_2 (GPa · msec)
仮想粘弾性材料 A	0.5	50	40	1	35	1
仮想粘弾性材料 B	0.5	5	40	45	35	30

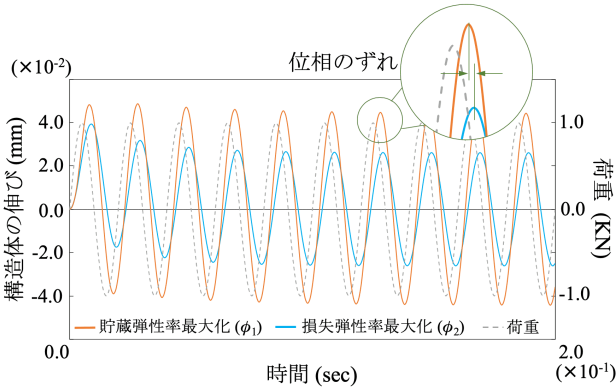


図 4 構造体の伸びと時間の関係

○純弾性コンプライアンス最小化

$$\begin{aligned} \min \quad & \phi_1 = \int_0^T \mathbf{d}(t)^T \mathbf{K} \dot{\mathbf{d}}(t) dt \\ h = \sum_e^{N_e} s_e - V_1 &= 0 \\ \{\mathbf{K} + \mathbf{C}(t)\} \mathbf{d} + \mathbf{M} \ddot{\mathbf{d}} - \mathbf{F} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{d}(0) = \dot{\mathbf{d}}(0) = \mathbf{0}, \quad t \in [0, T] \end{aligned} \quad (3)$$

○粘弾性コンプライアンス最大化

$$\begin{aligned} \min \quad & \phi_2 = - \int_0^T \mathbf{d}(t)^T \mathbf{C}(t) \dot{\mathbf{d}}(t) dt \\ h = \sum_e^{N_e} s_e - V_1 &= 0 \\ \{\mathbf{K} + \mathbf{C}(t)\} \mathbf{d} + \mathbf{M} \ddot{\mathbf{d}} - \mathbf{F} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{d}(0) = \dot{\mathbf{d}}(0) = \mathbf{0}, \quad t \in [0, T] \end{aligned} \quad (4)$$

4. 感度解析

本研究では、構造解析に Newmark- β 法を採用する。これに伴い、感度解析においても Newmark- β 法を用いて離散化した随伴方程式を導出し、それを数値的に解くように定式化した。

5. 最適化計算例

最適化領域および荷重条件を図 2 に示す。载荷辺には一律に 50Hz の sin 波に従う周期荷重を与えるものとする。また、使用材料モデルの材料特性を表 1 に示す。図 3 に最適化結果を示す。目的関数により最適化配置が大きく異なることがわかる。図 4 は構造体の伸びと時間、与えた荷重と時間の関係を示している。 ϕ_1 に比べ ϕ_2 の荷重に対する位相の遅れが大きく示されており、粘性の特徴が顕著に現れている。本講演では、追加の計算例をもって本手法のパフォーマンスについてより深く検証する。

6. 結論

一般化 Maxwell モデルを用いた粘弾性材料のトポロジー最適化問題の解法を構築した。計算結果から、目的関数 ϕ_2 において粘性材料に近い挙動を再現できた。今後は一般的な手法との比較等による定量的な検証を行なっていくとともに、実際のゴム材料の材料パラメータを用いての最適化計算を検証することが望まれる。