

弾塑性摩擦モデルの陰的接触力更新アルゴリズムの構築とスティックスリップ運動の再現

東北大学大学院工学研究科	学生員	○	岡部 開
東北大学大学院工学研究科	正 員		山田 正太郎
東北大学大学院工学研究科	正 員		京谷 孝史
名古屋大学大学院工学研究科	正 員		松原 成志朗
横浜国立大学大学院工学研究院	非会員		尾崎 伸吾

1. はじめに

スティックスリップ運動とは摩擦境界面において固着とすべりを繰り返す振動運動である。尾崎ら¹⁾は静止摩擦と動摩擦の違いを表現可能な時間依存性摩擦モデルを提案し、この運動を数値的に再現することに成功している。本研究では、この時間依存性弾塑性摩擦モデルに適合する陰的接触力更新アルゴリズムを構築した上で、スティックスリップ運動の数値的再現を試みた。

2. 弾塑性摩擦モデル

本研究で用いる弾塑性摩擦モデルについて説明する。相対変位を弾性成分と塑性成分に加算分解する。

$$\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{u}}^e + \bar{\mathbf{u}}^p \quad (1)$$

弾性摩擦則を次式で与える。

$$\mathbf{f} = \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{\mathbf{u}}^e}; \quad \Psi(\bar{\mathbf{u}}^e) = -\frac{\alpha_n}{2}(\bar{\mathbf{u}}_n^e)^2 - \frac{\alpha_t}{2}(\bar{\mathbf{u}}_t^e)^2 \quad (2)$$

ここで、 $\bar{\mathbf{u}}_n^e$ と $\bar{\mathbf{u}}_t^e$ は $\bar{\mathbf{u}}^e$ の面内及び面外成分の大きさである。

正規塑性すべり面を次式で与える。

$$\hat{\mathbf{f}}_t = \mu \mathbf{f}_n \quad (3)$$

このモデルでは、静止摩擦係数と動摩擦係数の違いを考慮するために、摩擦係数 μ を $\mu_k \leq \mu \leq \mu_s$ を満たす変数とする。ここで、 μ_k は動摩擦係数、 μ_s は静止摩擦係数である。

μ の発展則を以下のように与える。

$$\dot{\mu} = V_k(\mu)\|\dot{\bar{\mathbf{u}}}^p\| + V_s(\mu) \quad (4)$$

右辺第一項は $\|\dot{\bar{\mathbf{u}}}^p\|$ に起因する μ の減少項であり、第二項は時間経過に起因する μ の増加項である。 $V_k(\mu)$ と $V_s(\mu)$ の具体系を次式で与える。

$$\begin{cases} V_k(\mu) = -\kappa(\mu - \mu_k) \\ V_s(\mu) = \xi(\mu_s - \mu) \end{cases} \quad (5)$$

ここで、 κ は凝着解消指数、 ξ は凝着発達指数である。

微小な繰り返し負荷による塑性すべりの集積などを考慮するために、下負荷面の概念を導入する。一定面上にお

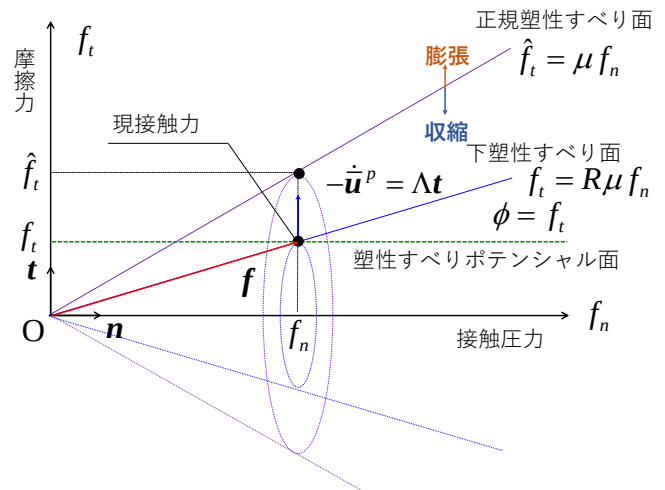


図-1 時間依存性摩擦モデルの負荷面

る正規塑性すべり面に対する下塑性すべり面の相似比を R とする。現接触力は常に下塑性すべり面上にあるため、同負荷面は以下のように表される。

$$f_t = R\mu f_n \quad (6)$$

塑性すべり関数を以下のように定義する。

$$\Phi(\mathbf{f}, \mu, R) = f_t - R\mu f_n \quad (7)$$

塑性すべりを表現するために以下の流れ則を用いる。

$$\dot{\bar{\mathbf{u}}}^p = -\dot{\gamma} \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{f}}; \quad \phi = f_t \quad (8)$$

R の発展則を次式で与える。

$$\dot{R} = U(R)\|\dot{\bar{\mathbf{u}}}^p\|; \quad U(R) = -m \ln(R) \quad (9)$$

負荷基準は $\dot{\gamma} > 0$ として与えられる。

3. 陰的接触力更新アルゴリズム

本研究では、リターンマッピングを内包する陰的接触力更新アルゴリズムを構築する。更新アルゴリズムは以下の3つの手順で構成される。

(1) 試行弾性計算

$\Delta \bar{\mathbf{u}}$ と Δt を与条件に、以下の試行弾性計算を行う。

$$\bar{\mathbf{u}}_{n+1}^{e(\text{trial})} = \bar{\mathbf{u}}_n^e + \Delta \bar{\mathbf{u}} \quad (10)$$

$$\mathbf{f}_{n+1}^{(\text{trial})} = \left. \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{\mathbf{u}}} \right|_{n+1}^{(\text{trial})} \quad (11)$$

$$\mu_{n+1}^{(\text{trial})} = \mu_n + V_s(\mu_{n+1}^{(\text{trial})})\Delta t \quad (12)$$

(2) 負荷判定

$\Phi(\mathbf{f}_{n+1}^{(\text{trial})}, \mu_{n+1}^{(\text{trial})}, R_n) \leq 0$ ならば除荷と判定し、試行弾性計算で得られた値をそのステップで得られた値として以下の通り更新する。

$$\mathbf{f}_{n+1} = \mathbf{f}_{n+1}^{(\text{trial})} \quad (13)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{n+1}^e = \bar{\mathbf{u}}_{n+1}^{e(\text{trial})} \quad (14)$$

$$\mu_{n+1} = \mu_{n+1}^{(\text{trial})} \quad (15)$$

$$R_{n+1} - \frac{\mathbf{f}_{n+1}^{(\text{trial})}}{\mu_{n+1}^{(\text{trial})} \mathbf{f}_{n+1}^{(\text{trial})}} = 0 \quad (16)$$

(3) 塑性修正計算 (リターンマッピング)

塑性すべりが発生した場合、 $\bar{\mathbf{u}}_{n+1}^e$, $\Delta\gamma$, μ_{n+1} , R_{n+1} について次式を解く。

$$\bar{\mathbf{u}}_{n+1}^e - \bar{\mathbf{u}}_{n+1}^{e(\text{trial})} - \Delta\gamma \left. \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{f}} \right|_{n+1} = \mathbf{0} \quad (17)$$

$$\mu_{n+1} - \mu_n - \Delta\gamma V_k(\mu_{n+1}) \left\| \left. \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{f}} \right|_{n+1} \right\| - V_s(\mu_{n+1})\Delta t \quad (18)$$

$$R_{n+1} - R_n - \Delta\gamma U(R_{n+1}) \left\| \left. \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{f}} \right|_{n+1} \right\| = 0 \quad (19)$$

$$\Phi(\mathbf{f}_{n+1}, \mu_{n+1}, R_{n+1}) = 0 \quad (20)$$

ここに、

$$\mathbf{f}_{n+1} = \left. \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{\mathbf{u}}} \right|_{n+1} \quad (21)$$

である。

4. Consistent 接線係数

上記アルゴリズムに整合する Consistent 接線係数 $\tilde{\mathbf{C}}_{n+1}^{ep}$ は以下のように与えられる。

$$\delta \mathbf{f} = \tilde{\mathbf{C}}_{n+1}^{ep} \delta \bar{\mathbf{u}} \quad (22)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_{n+1}^{ep} = \begin{cases} -\alpha_n \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} - \tilde{\alpha}_t (\mathbf{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) - (\alpha_t - \tilde{\alpha}_t) \mathbf{t}_{n+1}^{(\text{trial})} \otimes \mathbf{t}_{n+1}^{(\text{trial})} \\ - \frac{\alpha_t \mathbf{t}_{n+1}^{(\text{trial})} \otimes \alpha_n R_{n+1} \mu_{n+1} \mathbf{n} - \alpha_t \mathbf{t}_{n+1}^{(\text{trial})}}{\alpha_t + R_{n+1} \tilde{V}_{k n+1} \mathbf{f}_{n+1}^{(\text{trial})} + \tilde{U}_{n+1} \mu_{n+1} \mathbf{f}_{n+1}^{(\text{trial})}} (\Delta \bar{\mathbf{u}}^p) \neq 0 \\ -\alpha_n \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} - \alpha_t (\mathbf{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) (\Delta \bar{\mathbf{u}}^p = 0) \end{cases} \quad (23)$$

5. スティックスリップ運動のシュミレーション

解析対象とする、運動のモデルとして図-2に示すモデルを考える。このモデルの運動方程式は以下の式となる。

$$M \bar{\mathbf{a}}_i(t) = K(Vt - \bar{\mathbf{u}}_i(t)) - S \mathbf{f}_i(t) \quad (24)$$

ここに、 M はスライダの質量、 K はばね定数、 V はドライバーの速さ、 S はスライダと底盤の見かけの接触面積であ

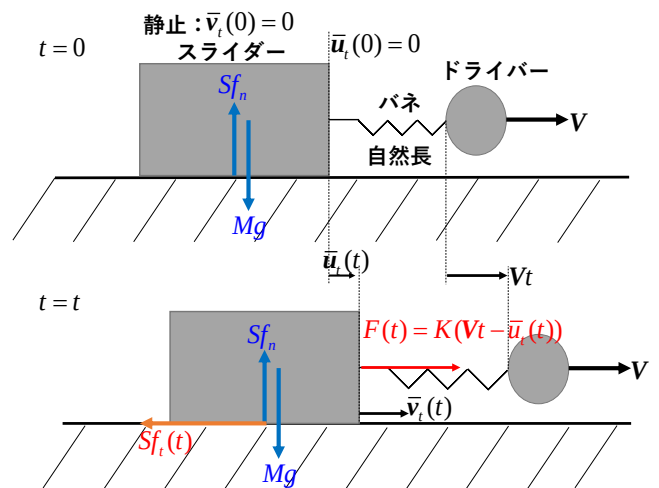


図-2 解析モデル

る。この運動方程式を Newmark- β 法 ($\beta = 1/4$, $\gamma = 1/2$) を用いて陰的に解いた。

6. 解析結果例

詳細な結果やパラメータ等は、発表の際に述べることにし、ここでは Ozaki et al.(2013)²⁾ による実験結果 (スライダ、ベース共にブリistolボードにおける実験結果) とそのシミュレーション結果を図-3に示す。

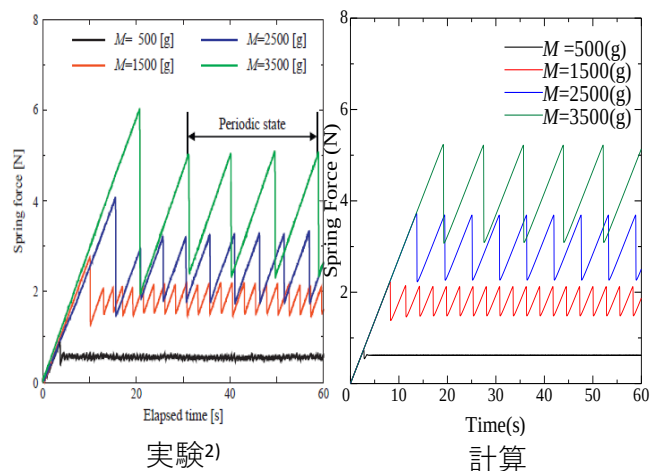


図-3 スティックスリップ運動の再現結果

導出したアルゴリズムを用いて、スティックスリップ運動が再現できていること見て取れる。

7. 結論

提案する陰的接触力更新アルゴリズムを適用してスティックスリップ運動の再現を行うことができた。

参考文献

- 尾崎伸吾, 橋口公一, 陳飛行: 時間依存性摩擦構成式を用いたスティックスリップ運動の安定性に関する検討, 応用力学論文集 Vol.10, pp445-455, 2007
- S.Ozaki, C.Ito, K.Hashiguchi :Experimental verification of rate-dependent elastoplastic analogy friction model and its application to FE analysis:Tribology International 64. pp164-177, 2013