

衝撃試験を利用した構造物のモード特性同定における FDD 法の適用性検証

東京工業大学 正会員 ○盛川 仁 飯山 かほり
 東京工業大学 学生会員 Chen Ping Yu
 鉄道総合技術研究所 正会員 坂井 公俊
 鉄道・運輸機構 非会員 北村 光

1. はじめに

構造物の耐震設計では対象構造物の形状および材料特性に基づきその数値モデルを作成する。通常、設計外力レベルは対象構造物モデルの振動特性にも依存するため、設計時に仮定した振動特性と完成後の実振動特性との整合を検証することは重要である。実構造物の固有振動数同定には衝撃試験が適用されることがあるが、同試験と多点観測とを組み合わせることで、より詳しくモード特性を把握できる可能性がある。

本研究では、衝撃試験の入力特性がホワイトノイズ性を有することに着目し、その多点同時観測記録への Frequency Domain Decomposition (FDD)法¹⁾の適用性を、同手法における入力特性と同定されるモード特性との関係を陽にして近似式を展開することで示す。さらに、微動および衝撃試験の実測記録に FDD 法を適用してモード特性を同定することで、理論上の仮定や入力特性とモード特性との関係の妥当性について考察する。

2. FDD 法理論に基づく入力特性と同定結果との関係

観測点数を N とし、観測点 i ($i=1, \dots, N$) の入力 X_i 、応答 Y_i のベクトルを周波数領域で次のように定義する。 $\{W\} = \{W_1(\omega), \dots, W_N(\omega)\}^T$ (ただし W は X または Y 。) FDD 法では、観測記録から作成したパワー・クロススペクトルから構成される行列 $[G_{YY}] = \{\bar{Y}\}\{Y\}^T$ (ただし上付き T はそれぞれ複素共役、転置) を特異値分解してモード特性を同定する。詳細な誘導は割愛するが、 $[G_{yy}]$ は固有モード近傍で次のように近似できる。

$$[G_{YY}] \approx \sum_{k=1}^N \sum_{s=1}^N \{[B_{ks}] + [\bar{B}_{ks}]\}^T \quad (1)$$

ただし、

$$[B_{ks}] = \frac{c_{sk}/\bar{d}_s d_k}{\{\sigma_k + j(\omega - \omega_{dk})\}(\sigma_{ks} - j\Delta\omega_{dks})} \{\bar{\varphi}_s^y\}\{\varphi_k^y\}^T,$$

$$\sigma_{ks} = \sigma_k + \sigma_s, \quad \Delta\omega_{dks} = \omega_{dk} - \omega_{ds}, \quad d_k = 2jm_k\omega_{dk},$$

$$c_{sk} = \{\bar{\varphi}_s\}^T [G_{XX}]\{\varphi_k\} = \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N \bar{\varphi}_{sl}\varphi_{km} \langle \bar{X}_l \cdot X_k \rangle \quad (2)$$

ここに、下添字 k, s はモード次数、 ω_d は減衰円固有振

動数、 σ はモード減衰率、 $\{\varphi\}$ は各観測点要素 $\varphi_1, \dots, \varphi_N$ からなるモードベクトル、 $\langle \cdot \rangle$ はアンサンブル平均を表す。 $\{\varphi^y\}$ は $\{\varphi\}$ の観測点のみを抜き出したベクトルである。

(2)式からわかるように、入力特性は c_{sk} のみに含まれる。ここで、振動システムが比例減衰系で近似できると仮定すると固有モードは実数となり c_{sk} は次式で表せる。

$$c_{sk} = \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N \varphi_{sl}\varphi_{km} \langle \bar{X}_l \cdot X_k \rangle \quad (3)$$

また、理想的な微動入力システムや 1 加振の衝撃入力では、各観測点における入力同士はほぼ無相関と仮定できることから、次式が成り立つ。

$$\langle \bar{X}_l \cdot X_k \rangle = \begin{cases} X_{lk} & (l = k) \\ 0 & (l \neq k) \end{cases}$$

さらに、理想的な微動入力システムでは $X_{lk} \cong X_a$ (定数) が成り立つと仮定すれば、微動に対し十分大きな衝撃時振幅 $X_I (\gg X_a)$ が観測点 I に入力されたとき、(3)式は

$$c_{sk} = \begin{cases} X_a \sum_{l=1}^N \varphi_{sl}\varphi_{kl} & (\text{微動時}) \\ X_a \sum_{l=1}^N \varphi_{sl}\varphi_{kl} + X_I \varphi_{sl}\varphi_{kl} & (\text{衝撃時}) \end{cases} \quad (4)$$

と表せる。離散化した質点の質量が概ね一定と仮定できる場合、(4)式にモードの直交性を適用すれば

$$c_{sk} = 0 \quad (k \neq s), \quad c_{kk} = \bar{X}_a (\text{微動時}), \quad \bar{X}_a + X_I (\text{衝撃時}) \quad (5)$$

が成り立つ (\bar{X}_a は定数)。このとき(1)式は

$$[G_{YY}] \approx \sum_{k=1}^N \{[B_{kk}] + [\bar{B}_{kk}]\}^T$$

で表せ、右辺 $\{\}$ 内を展開すると最終的に次式を得る。

$$[G_{YY}] \approx \sum_{k=1}^N \alpha_k(\omega) \{\varphi_k^y\}\{\varphi_k^y\}^T \quad (6)$$

$$\text{ただし、} \quad \alpha_k(\omega) = \frac{1}{4m_k^2\omega_{dk}^2\sigma_k^2 + (\omega - \omega_{dk})^2} c_{kk} \quad (7)$$

$\alpha_k(\omega)$ は $\omega = \omega_{dk}$ でピークを有するモードパワースペクトルである。FDD 法では、(6)式の近似式が特異値分解と同形であることを利用して、 $[G_{YY}]$ の特異値分解から得られた第一特異値が近似的に $\alpha_1(\omega)$ に対応するとしてそのピークから固有振動数を、第一特異ベクトルが $\{\varphi_1^y\}$ に対応するとしてモード形状を同定する。

(5)、(7)式は、衝撃試験でも微動時と同じモードが同定できることを示唆している。ただし $\alpha_k(\omega)$ は衝撃で励

キーワード FDD 法, 衝撃試験, 常時微動, 特異値分解

連絡先 〒226-8502 神奈川県横浜市緑区長津田町 4259-G3-7 東京工業大学 TEL 045-924-5607

起されるモード振動数で極端に増大するため、これが代表モードとして同定されること、他のモードが埋もれて見えなくなる可能性があることが予想される。

3. 実測記録への適用検証

実測記録から前章の検証を行う。観測対象は図1に示す鉄道橋梁のうち赤枠線で囲ったラーメン高架 (R2) である。区間 R2 は先行施工されており、観測当時は隣接する区間 Ct2, Ct3 は未施工であった。図2に示すように、R2 の上面に7台のセンサ (GEODAS) を配置し、微動および衝撃試験 (入力3ケース) に対する同時測定を行った。微動・衝撃試験ともに、得られた加速度記録 (測定時間間隔 0.01 s) を 4096 データに分割し、アンサンブル平均からパワーおよびクロススペクトルを求め、FDD 法を適用した。得られた第1特異値を振動数ごとに図3に示す。また、それぞれの第1特異値がピークを取る振動数を固有振動数と判断し、対応する特異ベクトルをモード形状として表1に示す。参考としてモード形状については実部と絶対値の双方を記載した。

まず微動時の振動特性に着目すると、2つの明瞭な卓越振動数が見られること (図3黒線)、表1からこれらの振動数では並進 (NE あるいは NW) および面内せん断変形のようなモード形を呈することがわかる。これらを1次、2次モードと判断する。次に、衝撃試験時の振動特性を微動時のそれと比較すると、卓越振動数、モード形状ともに微動時とほぼ一致している。これらの結果は、衝撃試験の測定記録に対する FDD 法の適用性を示すものである。また、ケース1, 3では1次モードがより卓越するのに対し、ケース2では2次モードがより卓越している。これらの結果は2章で展開した近似式から予想される結果と整合するものである。

このように、衝撃試験で多点同時観測を行い FDD 法を適用することで、微動時同様、詳細な振動モード特性を同定することが可能である。一方、衝撃試験で励起されるモードは入力位置と方向に依存するため、衝撃試験では固有振動数だけでなくモード形状までを確認し、同定された卓越振動数がどのモード特性に対応するものかを把握する必要がある。

4. まとめ

本研究では、FDD 法で同定されるモード特性に対する入力特性の影響を振動理論に基づく近似式として陽

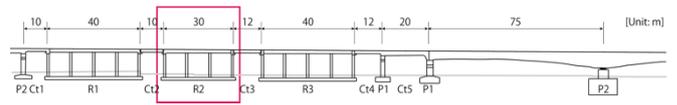


図1 対象橋梁概略側面 (完成時) と微動観測対象区間

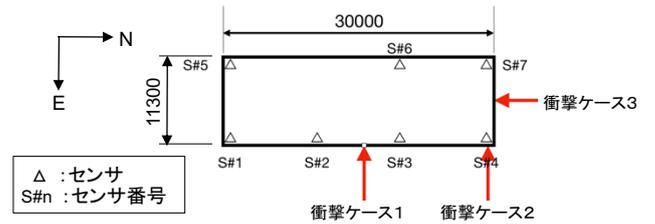


図2 区間 R2 上面における観測位置と衝撃試験入力位置

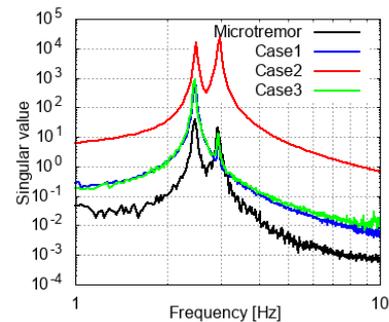


図3 微動および衝撃試験各ケースの第1特異値

表1 同定された卓越振動数とモード形状

	微動	衝撃試験		
		ケース1	ケース2	ケース3
Frequency	2.441 Hz	2.441 Hz	2.441 Hz	2.441 Hz
モード形状 (第1特異ベクトル)				
Frequency	2.905 Hz	2.905 Hz	2.930 Hz	2.905 Hz
モード形状 (第1特異ベクトル)				

に展開することで明らかにすることで、衝撃試験による多点同時観測記録への FDD 法の適用性を示した。さらに実測記録に FDD 法を適用し、得られた近似式から予想される同定結果との整合性を確認した。

謝辞

本研究の一部はJSPS科研費18K13817の助成によるものです。

参考文献

1) Brinker, R. et al. : Modal identification from Ambient Responses using Frequency Domain Decomposition, Proc. of 18th IMAC, pp.625-630, 2000.