

粒子法による土水連成解析の定式化と多次元圧密解析による検証

(株)大林組 正会員 ○中道 洋平

(株)大林組 フェロー 杉江 茂彦
神戸大学 正会員 竹山 智英

1. はじめに

粒子法の1つである Material Point Method(以下, MPM)や Smoothed Particle Hydrodynamics(以下, SPH)は, 地盤の崩壊や大変形解析への適用が期待されている. 一般に MPM や SPH による土水連成解析は, 地盤の動きを表現する粒子と地下水の流れを表現する粒子の2種類の粒子を用いて離散化が行われる¹⁾. しかし, 同離散化手法を用いた場合, 計算規模の増加に伴い粒子数が大幅に増加してしまうことや, 流量境界条件の設定が煩雑になるなどの問題点がある. そこで本研究では, これらの問題点を解決した新たな土水連成手法を提案し, 一次元および二次元圧密問題を対象に本手法の妥当性の検証を行った.

2. 土水連成解析の定式化

本手法では土と水を混成した1種類の粒子を用いて離散化を行う. 図-1 に土水連成解析の支配方程式と境界条件・初期条件を示す. 土骨格に関連する運動方程式は MPM を用いて離散化し, 地下水に関連する連続条件式は SPH を用いて離散化する. これは, 斜面などの任意の形状の表面に対して水理境界条件を設定する際は SPH の方が容易になるためである. 土水連成解析の支配方程式は以下で表される.

$$\text{運動方程式: } \rho \dot{\mathbf{v}} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} \quad \dots(1)$$

$$\text{連続式: } \nabla \cdot \mathbf{w} + \nabla \cdot \mathbf{v} + \frac{n}{K_w} \dot{P}_w \quad \dots(2)$$

ここに, ρ は密度, $\mathbf{v}$ は速度, $\boldsymbol{\sigma}$ は全応力, $\mathbf{w}$ は Darcy 流速, P_w は間隙水圧, n は間隙率, K_w は間隙水の体積圧縮係数, $\mathbf{g}$ は重力加速度である.

運動方程式(1)については, 一般的な MPM を用いて離散化されるため詳細は文献¹⁾を参照されたい. 連続式(2)を変形し, $\dot{P}_w = \gamma_w \dot{h}$ を代入すると,

$$\dot{h} = -\frac{K_w}{\gamma_w n} (\nabla \cdot \mathbf{w} + \nabla \cdot \mathbf{v}) \quad \dots(3)$$

である. ここに, h は全水頭である. 式(3)を時間離散化し変形すると,

$$h^{n+1} = h^n - \Delta t \frac{K_w}{\gamma_w n} (\nabla \cdot \mathbf{w}^n + \nabla \cdot \mathbf{v}^n) \quad \dots(4)$$

である. さらに, SPH を用いて空間離散化すると,

$$\begin{aligned} h_i^{n+1} &= h_i^n - \Delta t \frac{K_w}{\gamma_w n} \{ (\nabla \cdot \mathbf{w}^n)_i + (\nabla \cdot \mathbf{v}^n)_i \} \\ &= h_i^n - \Delta t \frac{K_w}{\gamma_w n} \left\{ \sum_j (\mathbf{w}_j^n - \mathbf{w}_i^n) \cdot \nabla_i \phi_{ij} + \sum_j (\mathbf{v}_j^n - \mathbf{v}_i^n) \cdot \nabla_i \phi_{ij} \right\} \end{aligned} \quad \dots(5)$$

となり, 式(5)を用いて全水頭を更新する. ここで, ϕ は MLS 近似を用いた SPH における重み関数, 添え字 j は粒子 i の近傍に存在する粒子を表す. ここで, Darcy 則の空間離散化された式は,

$$\mathbf{w}_i^n = -\kappa (\nabla h^n)_i = -\kappa \sum_j (h_j^n - h_i^n) \nabla_i \phi_{ij} \quad \dots(6)$$

であり, 式(6)を用いて Darcy 流速が求められる. 水理境界条件は,

$$\text{全水頭境界: } \hat{h} = h \text{ on } \partial\Omega_h \quad \dots(7)$$

$$\text{流量境界: } \hat{q} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{n} \text{ on } \partial\Omega_q \quad \dots(8)$$

与えられる

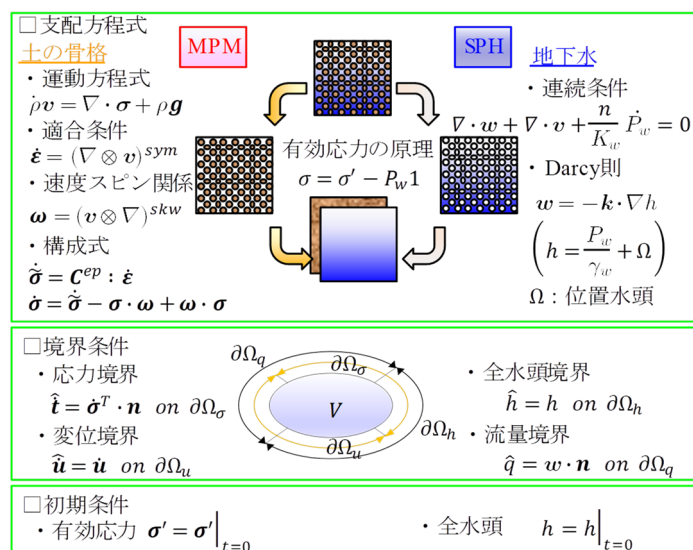


図-1 土/水連成解析の支配方程式と境界条件・初期条件

キーワード 圧密, MPM, SPH, 粒子法

連絡先 〒108-8502 東京都港区港南 2-15-2 品川インターシティ B 棟 (株)大林組 TEL03-5769-1252

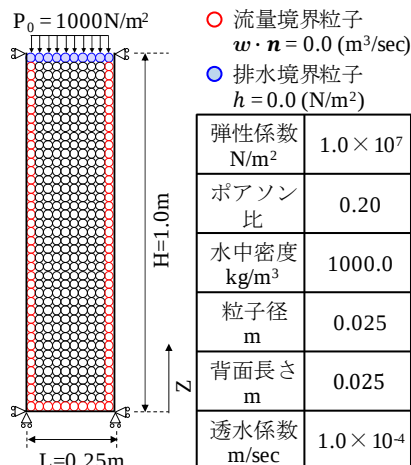


図-2 一次元圧密問題の解析モデル

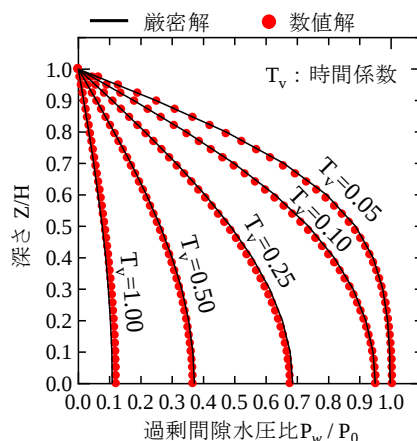


図-3 過剰間隙水压分布(一次元)

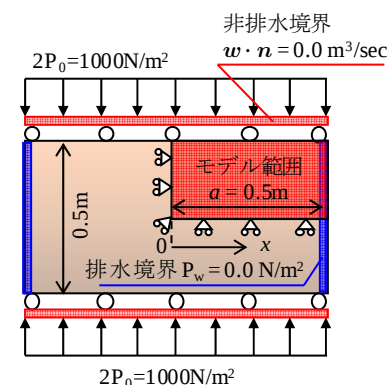


図-4 二次元圧密問題の概要図

3. 一次元圧密解析による検証

一次元圧密問題を対象に検証を行った。一次元圧密の挙動は Terzaghi の式により支配され、変数分離法により厳密解を得ることができる。解析モデルを図-2 に示す。解析モデルは幅 0.25m、高さ 1.0m とし、粒子径を 0.025m として均一に配置した。MPM の計算で用いる計算格子の長さは粒子径と等しく 0.025m とし、1つの計算格子内に1つの粒子が配置されるようにした。解析モデル上端の粒子には、上載荷重として 1000N/m²を作用させ、片面排水条件を与えるため、全水頭の境界条件($h=0.0\text{m}$)を与えた。下端および両側面の粒子には非排水境界条件を与えた。なお、重力加速度は無視している。図-3 に上載荷重で正規化した過剰間隙水压分布を示す。数値解は厳密解と良く整合していることが確認できる。

4. 二次元圧密問題による検証

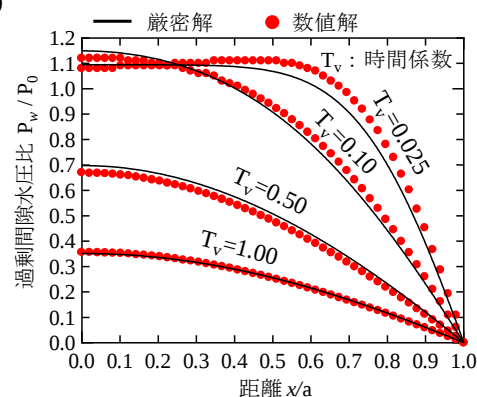
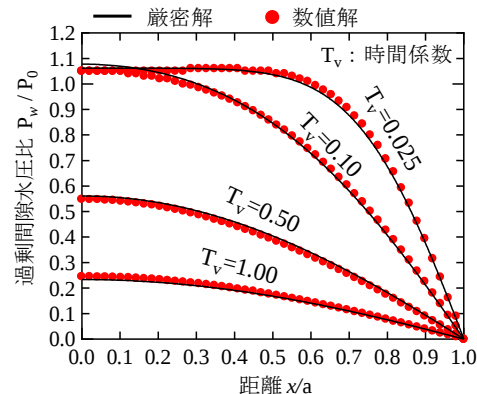
多次元の圧密の挙動は Biot の方程式に支配される。ここでは、二次元圧密のベンチマークである Mandel 問題を対象に検討を行った。図-4 に検討の概要を示す。土コラムの上下端に圧縮方向の一樣荷重を作用させ、両側面の変位は拘束しないものとし、上下端は非排水境界、両側面は排水境界を与え間隙水压は発生しないものとする。このとき、土コラム中心では、圧密初期段階で過剰間隙水压が一時的に増加する Mandel-Cryer 効果が存在することが知られており、Abousleiman et al.²⁾により厳密解が与えられる。粒子法による解析では、土コラムの四分の一断面のみモデル化し解析を実施した。土質定数については一次元圧密問題と同様とし、粒子径および MPM の計算格子の長さは 0.01m とした。図-5 に過剰間隙水压分布を示す。ポアソン比が小さくなるほど、圧密初期段階での過剰間隙水压の増加が顕著になっている様子が確認できる。また、いずれの数値解もおおむね精度よく厳密解と一致していることが確認できる。

5. おわりに

本研究では、粒子法による土水連成解析手法を提案し、一次元および二次元圧密問題を対象に厳密解との比較により妥当性の検証を行った。今後は液状化解析などの動的問題への適用を検討していきたい。

参考文献

- 1) Bandara, S.S. : Material point method to simulate large deformation problems in fluid-saturated granular medium, Ph.D. thesis. University of Cambridge, 2013.
- 2) Abousleiman, Y. et al. : Mandel's Problem Revisited, Geotechnique 46 (2), pp.187-195, 1996.

(a) ポアソン比 : $\nu = 0.00$ (b) ポアソン比 : $\nu = 0.25$