

X線CT画像に基づく土相認識の試み -超解像と力学的特徴量の抽出-

新潟大学大学院 学生会員 ○遠藤 尚希
 新潟大学 正会員 大竹 雄
 京都大学 正会員 肥後 陽介

1. はじめに

近年、土のミクロスケールの力学特性の解明とモデル化を試みる研究が報告されている^{1),2)}。これらの研究成果におけるミクロスケールの力学モデルでは、間隙の形状、土粒子同士の接触点等の情報の取得が重要であるとされる。従って、形状や上記の物理指標の空間分布特性を把握することは重要である。

一方、従来は取得が不可能であった、上記の情報をX線CT画像撮影により取得可能になってきた。しかしながら、装置の性能的限界により材料によっては、必要な情報が解像度不足のため取得できない場合がある。そこで本研究では、医療分野において実用化されている「超解像技術」を適用して、撮影範囲と解像度に関わる課題の解決を目指す。

2. 研究方法

2.1. 辞書を用いた画像表現

ある画像を $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$ 画素の小領域 M 個に分割する。それらをベクトル表現したものを $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n$ とし、 \mathbf{x}_i を各列にもつ行列 $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times M}$ を観測行列とする。次に、 \mathbf{X} を要素画像 $\mathbf{d}_i \in \mathbb{R}^n$ の線形結合で表すことを考える。要素画像 \mathbf{d}_i を各列にもつ行列 $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ を辞書行列(辞書)とする。このとき、 \mathbf{x}_i は係数ベクトル $\mathbf{a}_i \in \mathbb{R}^m$ を用いると、次のように表現できる。

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{D}\mathbf{a}_i \quad (1)$$

さらに、 \mathbf{a}_i を各列にもつ行列 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times M}$ を係数行列とする。すると \mathbf{X} は次のように表現できる。

$$\mathbf{X} = \mathbf{D}\mathbf{A} \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{X} に適する \mathbf{D} を作成することを辞書学習と呼ぶ。

2.2. PODによる辞書学習

PODを用いた辞書学習方法を示す。まず、平均ベクトル $\bar{\mathbf{x}}$ を定義する。

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^M \mathbf{x}_i \quad (3)$$

そして \mathbf{X} の各列から $\bar{\mathbf{x}}$ を引いたものを、 $\bar{\mathbf{X}}$ とする。以上より \mathbf{X} の共分散行列 $\mathbf{C}_X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は以下ようになる。

$$\mathbf{C}_X = \bar{\mathbf{X}}\bar{\mathbf{X}}^T \quad (4)$$

\mathbf{C}_X に対して次のように固有値分解を適用する。

$$\mathbf{C}_X = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^T \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{\Lambda} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は \mathbf{C}_X の固有値を対角成分にもつ対角行列であり、 $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は、それぞれの固有値に対応する固有ベクトルを各列にもつ行列である。そして \mathbf{U} がPODを用いて作成できる辞書となる。

2.3. K-SVDによる辞書学習³⁾

K-SVDを用いた辞書学習方法の概要を示す。K-SVDでは式(6)を目的関数とする。

$$\min_{\mathbf{D}, \mathbf{A}} \|\mathbf{X} - \mathbf{D}\mathbf{A}\|_F^2 \quad \text{subject to } \forall_i, \|\mathbf{a}_i\|_0 \leq T_0 \quad (6)$$

ここで、 T_0 は \mathbf{a}_i の非ゼロ要素の数を示す。次に式(6)を満たす \mathbf{D} を求めるために行う3つのステップを示す。(ステップ1)

- ・乱数により \mathbf{D} を生成し、各列を正規化する。

(ステップ2)

- ・ \mathbf{D} を固定し、式(7)の条件にて係数行列 \mathbf{A} を求める。

$$\min_{\mathbf{A}} \{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{D}\mathbf{a}_i\|_2^2\} \quad \text{subject to } \forall_i, \|\mathbf{a}_i\|_0 \leq T_0$$

$$\text{for } i = 1, 2, \dots, M \quad (7)$$

(ステップ3)

- ・以下の手順を \mathbf{D} の各列 $i_0 = 1, \dots, m$ に対して反復する。

- ・ \mathbf{X} のうち \mathbf{d}_{i_0} を用いる事例集合 Ω_{i_0} を定義し、
 $\Omega_{i_0} = \{j | 1 \leq j \leq M, \mathbf{A}[i_0, j] \neq 0\}$

Ω_{i_0} に含まれる添字の列ベクトルからなる \mathbf{X} の部分行列 $\mathbf{X}^{\Omega_{i_0}}$ を構成する。

- ・式(8)にて残差行列 \mathbf{E}_{i_0} を計算する。 \mathbf{a}^i は \mathbf{A} の i 行目を表す。

$$\mathbf{E}_{i_0} = \mathbf{X}^{\Omega_{i_0}} - \sum_{i \neq i_0}^M \mathbf{d}_i \mathbf{a}^i \quad (8)$$

- ・ \mathbf{E}_{i_0} に以下のように特異値分解を適用する。

$$\mathbf{E}_{i_0} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \quad (9)$$

ここで、 $\mathbf{\Sigma} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ は \mathbf{E}_{i_0} の特異値を対角要素にもつ対角行列である。 $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 、 $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ はそれぞれ、 $\bar{\mathbf{X}}\bar{\mathbf{X}}^T$ 、 $\bar{\mathbf{X}}^T\bar{\mathbf{X}}$ の固有ベクトルを各列にもつ行列である。このようにして得られた第1左特異ベクトルを \mathbf{u}_1 で \mathbf{d}_{i_0} を更新する。

以上に示したステップ2、ステップ3を繰り返す行

キーワード X線CT, 超解像, 辞書学習, POD, K-SVD

連絡先 〒950-2181 新潟県新潟市西区五十嵐2の町8050番地 新潟大学大学院

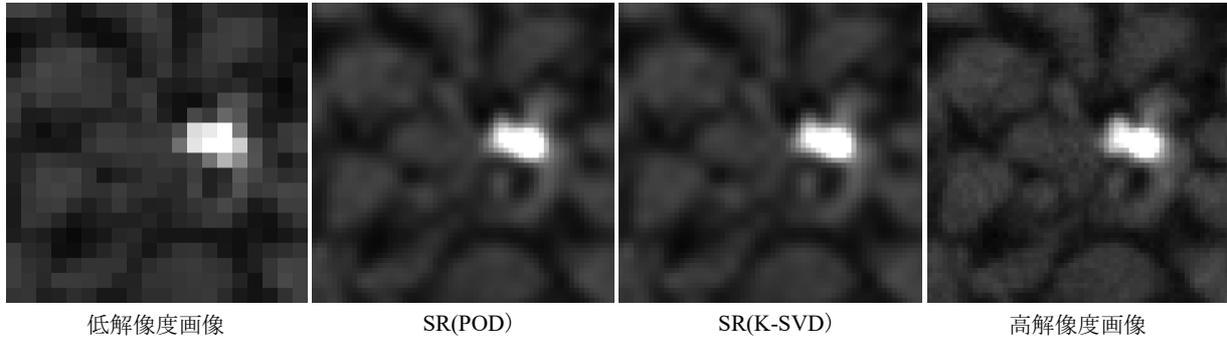


図-1 高解像度画像の推定

い D の更新を行う. それにより最終的に求まる D が K-SVD を用いて作成できる辞書となる.

2.4. 超解像手法⁴⁾

超解像は辞書学習ステップと推定ステップの 2 つのステップに分けられる.

まずは, 学習ステップを示す. 学習用の低解像度画像と高解像度画像の観測行列をそれぞれ Y , X とする. 次に Y から辞書学習により低解像度辞書 D_l を作成する. さらに Y を表現するための A を求める. 求めた A を用いて高解像度辞書 D_h を以下のように作成する.

$$D_h = XA^T(AA^T)^{-1} \quad (10)$$

続いて, 推定ステップを示す. 入力される低解像度画像の観測行列を $Y^{LR} \in \mathbb{R}^{n \times M}$ とし, その各列に対して正規化を行う. 次に低解像度辞書 D_l を用いて Y^{LR} を表現するための A を求める. 求めた A から推定したい高解像度画像の観測行列 $X^{HR} \in \mathbb{R}^{sn \times M}$ (s は拡大倍率)は次のように求まる.

$$X^{HR} = D_h A \quad (11)$$

2.5. 実験条件(X線CT撮影・超解像)

材料構成が異なる 3 種類の供試体の X 線 CT 画像に対して超解像の実験を行う. 表-1 に材料の粒径を示す. 混合砂は, 豊浦砂と珪砂を質量比 1:1 で混合したものである. 撮影解像度は供試体水平方向に $12\mu\text{m} \times 12\mu\text{m}$ とした. 次に, この画像の画素が縦・横方向に各 1/3 になるように間引く. この間引いた画像を Y^{LR} とし, Y^{LR} から超解像により解像度が 3 倍の高解像度画像を推定する.

3. 結果の評価

図-1 に豊浦砂で作成した供試体を撮影した画像に対して超解像を適用した結果を示す. 次に, 推定した高解像度画像を RMSE および PSNR 指標により評価する. それぞれの指標は次のように定義される.

$$RMSE = \sqrt{MSE} \quad (12)$$

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(\frac{255}{MSE} \right)^2 \quad (13)$$

$$MSE = \frac{1}{H \times W} \sum_{i=1}^H \sum_{j=1}^W (I_{SR}(i, j) - I_g(i, j))^2 \quad (14)$$

I_g は正解となる原画像, I_{SR} は推定した高解像度画像

表-1 材料の粒径

	豊浦砂	珪砂	混合砂
粒径	0.2	1.0	-
$D_{50}[\text{mm}]$			

表-2 RMSE, PSNR 指標による評価

		Bicubic	POD	K-SVD
豊浦砂	RMSE	12.24	9.43	9.39
	PSNR	26.38	28.64	28.68
珪砂	RMSE	7.65	6.58	6.52
	PSNR	30.46	31.77	31.86
混合砂	RMSE	10.77	8.39	8.34
	PSNR	27.49	29.65	29.71

である. H , W は画像の縦および横方向の画素数である. 表-2 に推定画像を RMSE, PSNR 指標で評価した結果を示す. Bicubic は画像処理分野で伝統的に用いられる画素補間手法である. K-SVD で作成した辞書を用いた超解像が最も精度良く推定できていることがわかる.

4. 今後の展望

今後は, 実際の撮影装置の劣化過程をモデル化し, 低解像度画像から高解像度画像を推定することに挑む. これにより粘土のような微細粒子を可視化できる可能性がある. さらに, 推定した高解像度画像から低解像度画像では取得が困難である物理指標の 3 次元空間分布を推定する問題にも取り組む予定である. その推定結果から三軸圧縮試験の载荷過程における供試体内部の変化を把握することにより, 空間分布を考慮したミクロスケールの力学モデルの構築を目指す.

5. 参考文献

- 1) T.Matsushima, C.-S.chang: An elasto-plastic constitutive Model of granular materials based on contact force distribution, Geomechanics and Geotechnics of Particulate Media, ISBN 0-415-41097-5
- 2) Chao-Fa Zhan, Zhen-Yu, Yin, Anil Misra, Pierre-Yves Hicher: Thermomechanical formulation for Micromechanical elasto-plasticity in granular materials, International Journal of Soils and Structures, Vol.138, P64-75, 2018
- 3) Michal Aharon, Michael Elad, and Alfred Bruckstein: K-SVD : An Algorithm for Designing Overcomplete Dictionaries for Sparse Representation, IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING, VOL. 54, NO. 11, NOVEMBER 2006
- 4) Mojtaba Sahraee-Ardakan, Mohsen Jonedi: Joint Dictionary Learning for Example-based Image Super-resolution, ArXiv 2017