

岩盤の変動状況からひび割れ位置を推定するための基礎的研究(その 2)
ー トポロジー最適化による推定 ー

群馬大学 学生会員 ○山本 優介
群馬大学 正会員 若井 明彦

1. はじめに

高速道路や鉄道では、構造物が岩盤斜面に隣接している箇所が多くみられる。このような岩盤斜面における潜在的な不安定箇所の警戒監視手法の開発は、隣接構造物の維持管理上きわめて重要である。そこで本研究では、近年注目を集めているトポロジー最適化手法を用い、岩盤表面の限られた箇所の変位情報を利用して、岩盤内部の潜在的な弱面の形状と位置を推定することを試みた。

2. 解析対象

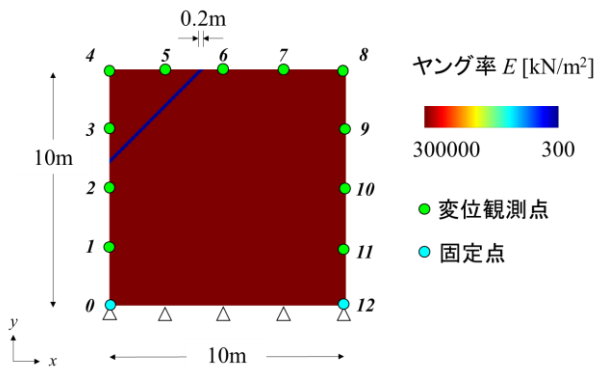


図1 解析対象

表1 材料定数

	ヤング率	ポアソン比	単位体積重量
	kN/m ²	-	kN/m ³
岩(健全)	300000	0.499	30
岩(弱部)	300	0.499	30

解析対象と材料定数をそれぞれ図1、表1に示す。本研究では、岩盤内の弱部のヤング率(E_{min})は、健全な領域におけるヤング率(E_0)の1/1000であると仮定した。また、岩盤の表面を取り囲むように変位観測点を11点(図1のNo.1~11)設けた。図1の対象岩盤に対して、弾性FEMによる自重変形解析を実施し、得られた11個の観測点における変位を以降では観測変位と呼ぶ。そして次節では、この観測変位を利用して、岩盤内部の弱面の推定を行う。

3. トポロジー最適化

本研究では、比較的容易に実装可能な密度法を用いた。その他の手法や、密度法の詳細については文献¹²⁾を参照されたい。推定の手順として、まず解析対象となる岩盤を N 個の有限要素に分割する。岩盤内の健全な領域におけるヤング率を E_0 とおくと、 i 番目の要素のヤング率 E_i は(1)式のように表すことができる。

$$E_i = (E_0 - E_{min})\rho_i + E_{min} \tag{1}$$

ここで、 ρ_i は i 番目の要素の密度であり、 $0 \leq \rho_i \leq 1.0$ の値をとる。ただし、この密度は物理的な密度とは無関係である。また、 E_{min} は岩盤内の弱部におけるヤング率である。(1)式から明らかなように、 $\rho_i=1$ のとき $E_i = E_0$ となり、その要素が健全であることを表現している。反対に $\rho_i=0$ のとき $E_i = E_{min}$ となり、その要素が弱部であることを表している。このように、密度法を用いることによって、岩盤内の弱部の形状と位置を、密度分布(ρ)によって表現していることに留意されたい。

次に、目的関数と制約条件について述べる。本研究では、岩盤表面の11個の観測点における観測変位と、トポロジー最適化の結果から得られる変位との誤差を目的関数とおき、この目的関数を最小化する最適な密度分布(ρ)を、種々の制約条件のもとで求める。

まず、ひび割れ発生前の観測点 No.1 と No.2 の座標をそれぞれ $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ とおく。ひび割れ発生後の観測変位をそれぞれ $(u_1, v_1), (u_2, v_2)$ とおくと、観測点の座標はそれぞれ $(x_1+u_1, y_1+v_1), (x_2+u_2, y_2+v_2)$ となる。ここで、トポロジー最適化の結果から得られる変位を $(u_1', v_1'), (u_2', v_2')$ とおくと、観測点の座標は (x_1+u_1', y_1+v_1') と (x_2+u_2', y_2+v_2') になる。したがって、観測点 No.1 から No.2 への相対位置ベクトルとして、実際の観測変位から算出する相対位置ベクトル($\overrightarrow{OBS_{1,2}}$)と、トポロジー最適化の結果から算出する相対位置ベクトル($\overrightarrow{OPT_{1,2}}$)の2種類を以下のように定義する。

キーワード トポロジー最適化, FEM, 岩盤, ひび割れ
連絡先 〒376-8515 群馬県桐生市天神町 1-5-1 群馬大学大学院理工学府 TEL 0277-30-1621

$$\overrightarrow{OBS_{1,2}} = [(x_2+u_2)-(x_1+u_1), (y_2+v_2)-(y_1+v_1)] \quad (2)$$

$$\overrightarrow{OPT_{1,2}} = [(x_2+u_2')-(x_1+u_1'), (y_2+v_2')-(y_1+v_1')] \quad (3)$$

$$|\overrightarrow{ERR_{1,2}}|^2 = |\overrightarrow{OPT_{1,2}} - \overrightarrow{OBS_{1,2}}|^2 \quad (4)$$

次に、 $\overrightarrow{OBS_{1,2}}$ と $\overrightarrow{OPT_{1,2}}$ の残差を誤差ベクトル($\overrightarrow{ERR_{1,2}}$)とし、この誤差ベクトルのノルム($|\overrightarrow{ERR_{1,2}}|^2$)から目的関数を構成する。観測点 No.2-No.3 区間や No.0-No.1 区間なども同様に考えると、最終的な目的関数の形は(5)式になる。

$$J = \sum_{i=0}^{11} |\overrightarrow{ERR_{i,i+1}}|^2 \quad (5)$$

そして、この目的関数(J)を以下の制約条件のもとで最小化する。ここで、(7)式に示すとおり、本研究では対象全体に占める弱部の割合を 5%以内と仮定した。また、(8)式は有限要素方程式であり、 $\mathbf{K}$ が剛性マトリクス、 $\mathbf{U}$ が変位ベクトル、 $\mathbf{F}$ が外力ベクトルをそれぞれ表す。

$$0 \leq \rho_i \leq 1.0 \quad (i=1, \dots, N) \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^N \rho_i \geq 0.95N \quad (7)$$

$$\mathbf{KU} = \mathbf{F} \quad (8)$$

以上の目的関数((5)式)と制約条件式((6)式～(8)式)からなる最適化問題を逐次線形計画法に基づいて解く。

4. トポロジー最適化の結果

トポロジー最適化に基づいて推定した弱面分布と、実際の分布(図1と同じ)を図2に示す。逐次線形計画法の反復回数が49回に達したとき、目的関数が概ね最小値に収束したことから、図2の49回目の分布を最適解とした。図2の最適解と実際の分布を比較すると、弱面の傾斜角や上端の位置などに相違が見られるが、概ね弱面の分布を推定できていることがわかる。さらに、弾性FEMを用いて最適解より求めた変位と、観測変位との比較を図3と図4に示す。最適解の変位と観測変位は概ね一致していることから、得られた最適解の妥当性が確認された。

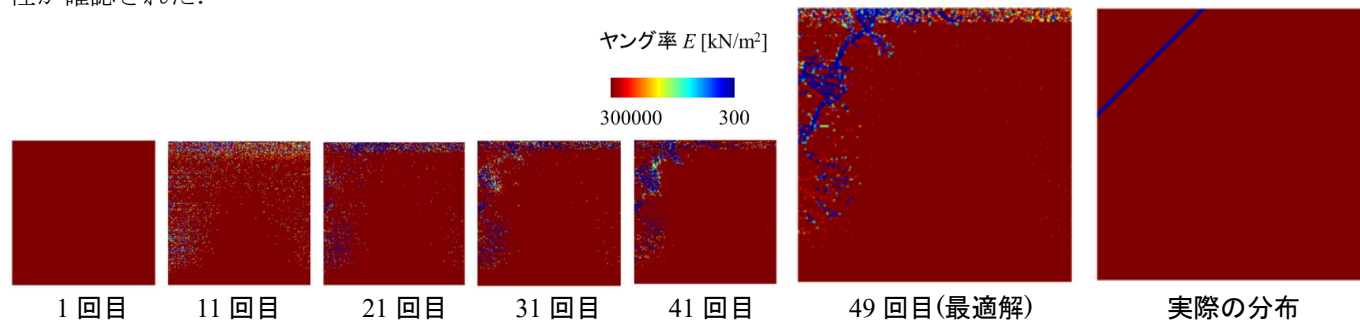


図2 弱面の推定分布と実際の分布との比較

5. まとめ.

本研究より、トポロジー最適化を用いることで、岩盤表面の限られた箇所の変位情報から、内部の弱面位置や形状を概ね推定できることが示された。今後、推定精度の更なる改善が望まれる。

参考文献

- 1) M.P.Bendsøe, O.Sigmund(2004):Topology Optimization : Theory, Methods and Applications, Springer
- 2) 西脇眞二, 泉井一浩, 菊池昇(2013):計算力学レクチャーコース トポロジー最適化, 丸善出版

謝辞

本研究の一部は、NEXCO 東日本技術研究助成「MEMS 傾斜計の多点観測と弾塑性 FEM 解析に基づく直立不安定岩盤の立体的監視手法の開発」の助成によるものです。ここに記して謝意を表します。

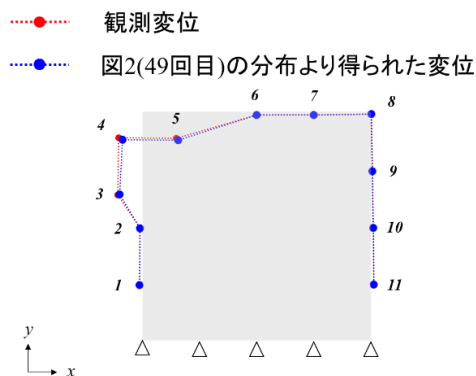


図3 観測点における変位(強調倍率 50 倍)

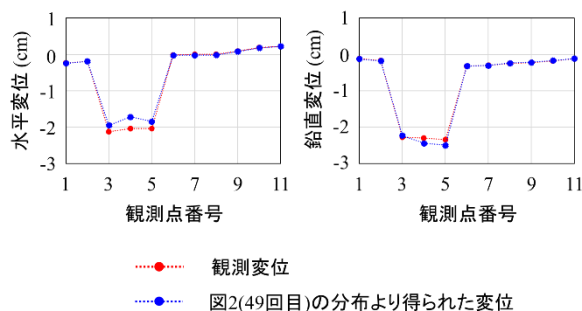


図4 観測点における水平・鉛直変位