

## FEM要素によるシザーズ構造の座屈解析

広島大学大学院 学生会員 ○ 山下 達也  
 広島大学大学院 学生会員 横谷 祐樹  
 広島大学大学院 正会員 有尾 一郎

### 1. はじめに

ハニカムなどの周期構造をセル構造体と呼び、その基本最小ユニットはセル構造と呼ばれ、R. Hooke<sup>1)</sup>はそれを観察した。近年になり、L.J.Gibson<sup>2)</sup>によってセル構造の力学特性が解明されてきた。しかし、その解析には個々の材料特性とセル構造の幾何学的構造より、非線形な変形問題が存在するので、既往の離散化手法に基づく解析であった。計算機の発達に伴って、構造物の解析がFEMによって行われるようになった。そこで、C.T.Sun<sup>3)</sup>らによってユニットセル(RVE)を用いたFEM(マルチスケールや均質化法等)が提唱された。それら解析上の課題と、重要な周期構造における対称性の利用や接続などの体系的な視点からシザーズ構造<sup>4)</sup>の位相構造に着目する。特殊構造における数値解の不定を回避するセル単位の新たなFEM要素法を開発した。

### 2. 本解析手法の着眼点

離散化された周期構造物のFEM要素を解析するにあたり、セル構造体と同様にその周期構造に着目し、それを基本要素として同変なFEM要素と考える。本研究では、その周期性を利用し、ピボット回転の独立、構造不安定の回避、支持・荷重などの自由度の高いFEM要素の開発を考える。そのシザーズ1ユニットの周期性を利用し、全体構造の剛性方程式を解析する(RVE手法)。n格間シザーズを1格間シザーズに離散化した後、1格間シザーズのFEM要素を構築し、n格間シザーズ全体のFEM要素を構築した。

### 3. FEM要素の構築

1格間シザーズ要素(1ユニット)を構築する方法を説明する。変位と荷重の関係を式で表す剛性方程式に

ならい、剛性行列を求めることによって、構造の変形を解析する事が出来る。ここで、シザーズ構造は、軸力も曲げにも影響を受けるラーメン構造体である。X形状からなるシザーズ構造は、4つの骨組要素から構成されたものを、シザーズ要素と呼ぶ。ここで、本研究では1部材要素の剛性行列を $\bar{k}^{(m)}$ を用いて表す。骨組要素 $\bar{k}^{(m)}$ を用いて、1格間シザーズ(1ユニット)の剛性行列 $K_{sc}^{(1)}$ を構築するには、m部材に対する座標変換行列 $T(\phi_m)$ を用いて、

$$\begin{aligned} K_{sc}^{(1)} &= \sum_{m=1}^4 k^{(m)} \\ &= \sum_{m=1}^4 T(\phi_m)^T \bar{k}^{(m)} T(\phi_m) \\ &= \left( \begin{array}{c|c|c} k_{sc}^{ll} & k_{sc}^{cl} & O \\ \hline k_{sc}^{lc} & k_{sc}^{cc} & k_{sc}^{rc} \\ \hline O & k_{sc}^{cr} & k_{sc}^{rr} \end{array} \right) \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

となる。ここで、シザーズ構造の特徴である部材中央のピボットは、部材間で変位は共有するが、回転は共有しないため、回転に関する剛性はそれぞれの部材ごとに、独立に取り扱う。式(1)で示される上付き添字は、それぞれ、lは左接続にcは中央部にrは右接続に対応する成分である。この1格間シザーズよりn格間シザーズにするには、1格間シザーズ要素をRVE手法のように、左右の接続条件を一致させていく。そこから、多格間シザーズの剛性は、1ユニットの剛性が周期性をもち、n格間分の剛性行列が構成される。

また、境界条件である左右の結合はピン結合で接続されているので、シザーズの節点変位と荷重ベクトルの回転自由度を増やし、シザーズ要素の為のFEM要素を開発した。また、シザーズ構造の補強に関しては、本研究では各ユニットの上部に上弦材を入れ補強とす

キーワード 展開構造, シザーズ構造, 迅速展開, 座屈解析, 有限要素法

連絡先 〒739-8527 東広島市鏡山1-4-1 広島大学大学院工学研究科社会基盤環境工学専攻

TEL082-424-7792

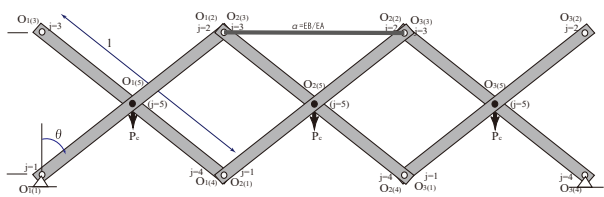


Fig. 1 シザーズ構造

Table 1 解析条件

|                               |        |
|-------------------------------|--------|
| シザーズ部材長 L(mm)                 | 1000   |
| シザーズの断面積 A(mm <sup>2</sup> )  | 384    |
| 展開角 $\theta(^{\circ})$        | 45     |
| シザーズ母材の弾性係数 E(GPa)            | 70     |
| 断面二次モーメント I(mm <sup>4</sup> ) | 234592 |
| アルミ製補強材の弾性係数 E(GPa)           | 70     |
| シザーズと補強材の剛比 $\alpha$          | 0.1    |

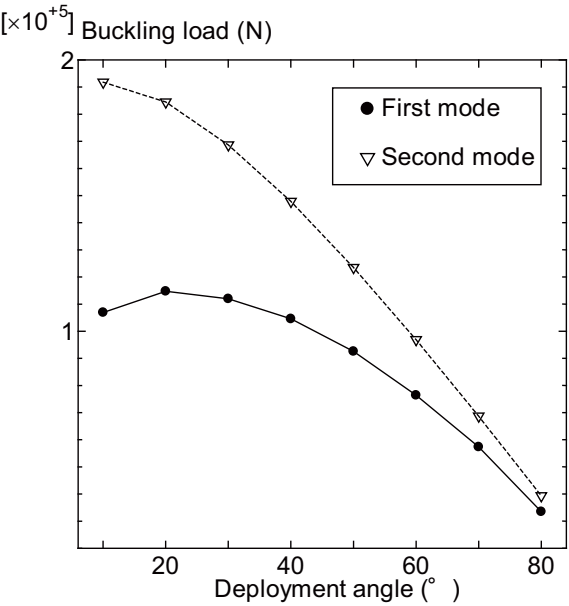


Fig. 2 展開角  $\theta$  と座屈荷重の関係

る。補強部材は、軸力のみ働くので、全体の剛性行列の補強の対応箇所に軸力の剛性を与え、補強後の剛性行列を求めることができる。

求めた変位より、剛性行列を用いて各部材の軸力を算出することができ、部材の幾何学的変形に対する軸力の影響を示す幾何剛性行列  $\bar{k}_G^{(m)}$  を考慮して、剛性行列と和をとり、その行列式の値を用いた計算をすることで座屈荷重値および座屈モードを算出することができる。

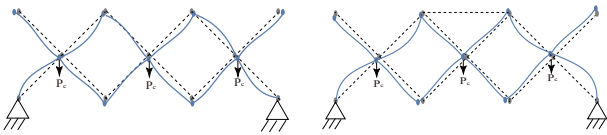


Fig. 3 座屈パターン

#### 4. 座屈荷重および座屈モード

3 格間シザーズ構造の座屈解析を行う。本解析の初期条件は、Table1 に示す。また、本解析では自重は無視し、荷重ベクトルとして座屈荷重を  $P_c$  と表し、Fig.1 に示す。なお、本座屈解析では、2 次モードまで座屈解析を行うものとする。結果は、1 次モードおよび 2 次モードをプロットした図を示す。

ここで、展開角  $\theta$  の変化により、座屈荷重がどのように変化するか検証した。座屈荷重は Fig.2 に示すようになった。ほぼ全てのモードで展開角が増えるにつれて座屈荷重値が下がる傾向になった。

また、 $\theta = 45^{\circ}$  を基準に座屈モードを求める。今回は 1 次モードのみを掲載する。結果は、Fig.3 に示す通りである。しかし、この座屈パターン解析は壊れ方を観察し、実際の変位を求めることを目標としないため、移動による変位は実際の 100 倍、曲げモーメントによる変位は  $10^5$  倍にして表現する。

#### 5. 結論

本解析結果より、多格間シザーズ構造の周期構造を利用し、シザーズ要素で構築し、剛性行列を階層的に組立て、剛性方程式を安定的に変位解析することが出来る新たな FEM 要素を開発した。

さらに、3 格間シザーズにおいて既往の研究で算出することが困難とされていた連成座屈の荷重を算出することができ、展開角を変数とし、座屈荷重に与える影響を考察した。また、補強材によるシザーズ構造の座屈モードの違いを比較できた。

#### 参考文献

- 1) R.Hooke, Micrographia: or Some Physiological Descriptions of Minute Bodies Made by Magnifying Glasses. With Observations and Inquiries Thereupon Int. Royal Society,1665
- 2) L.J.Gibson, M.F.Ashby, 大塚正久訳：セル構造体 - 多孔質材料の活用のために、内田老鶴圃，1993.
- 3) C.T.Sun.,et al. Prediction of composite croperties from a representative volume element, Int. Compos-ites Science snd Technology, No. 56,pp.171-179,1997.
- 4) Y.Chikahiro,I.Ario,P.Pawlowski, et al. Optimization of reinforcement layout of scissor-type bridge using differential evolution algorithm, Int. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2019