

固有振動数を利用したダンパーを有するケーブルの張力推定手法の開発

京都大学
京都大学
神鋼鋼線工業（株）

学生員
正会員
非会員

○廣瀬 克也
古川 愛子
小林 亮介

1. 研究の背景と目的

ケーブル構造は斜張橋や吊り橋等の構造物に採用されており施工及び維持管理する上でケーブルの張力が設定張力を満足しているか確認する必要がある。現在はケーブルの固有振動数を利用する高次振動法と呼ばれる方法¹⁾で張力を推定している。しかし近年橋梁にはケーブルの振動を低減するためにダンパーと呼ばれる制振装置が設置されており振動特性が変化する影響で高次振動法では正確な張力を推定できていないと考えられる。そこで本研究ではダンパーが設置された場合も考慮したケーブルの張力推定手法の提案を目指している。

2. 張力推定手法の提案

高次振動法では以下のようにして張力推定が行われている。まず加速度センサを設置したケーブルを加振し得られた加速度波形をフーリエ変換し固有振動数を求め張力推定式(1)に代入すると未知数 T , EI の式が次数の数だけ立式できるのでそれらに最小二乗法を適用して張力を推定する。ここで i :モード次数, f_i :モード次数 i の固有振動数, L :ケーブル長, T :張力, EI :曲げ剛性, A :断面積, ρ :密度である。しかしこの場合ダンパーの影響を考慮していない。そこで本研究では図1のようなダンパー(ばね定数 k , 減衰係数 c , 取り付け位置 l_1)

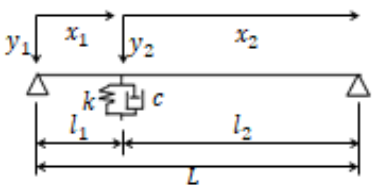


Fig.1 Analytical model of a cable with a damper

$$f_i^2 = \frac{\pi^2 EI}{4 \rho A L^4} i^4 + \frac{T}{4 \rho A L^2} i^2 \tag{1}$$

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \tag{2}$$

$$f_i^2 = \frac{\pi^2 EI}{4 \rho A L^4} \left(i + \frac{\phi_i}{\pi} \right)^4 + \frac{T}{4 \rho A L^2} \left(i + \frac{\phi_i}{\pi} \right)^2 \tag{3}$$

を有するケーブルモデルを対象とした新たな張力推定式を考える。ケーブルを張力のかかったはりとみなすと振動方程式は式(2)で表せ、ダンパーを有し且つ両端単純支持の境界条件のもと解くと式(3)が得られる。ただし ϕ_i は式(4)を, α_i , β_i は式(5)

$$\tan \phi_i = \frac{\frac{k^*}{EI} \beta_i \sin^2 \alpha_i l_1}{\alpha_i \beta_i^3 + \alpha_i^3 \beta_i - \frac{k^*}{EI} \alpha_i (1 + e^{-2\beta_i L} - e^{-2\beta_i l_1} - e^{-2\beta_i l_2}) + \frac{k^*}{EI} \beta_i \sin \alpha_i l_1 \cos \alpha_i l_1} \tag{4}$$

$$\alpha_i = \sqrt{\left(\frac{T}{2EI} \right)^2 + \frac{\rho A (2\pi f_i)^2}{EI}} - \frac{T}{2EI} \tag{5}$$
$$\beta_i = \sqrt{\left(\frac{T}{2EI} \right)^2 + \frac{\rho A (2\pi f_i)^2}{EI}} + \frac{T}{2EI}$$

Table 1 Cable condition

Cable No	Length	Tension	Mass per Unit Length	Flexural Rigidity
	L (m)	T (kN)	ρA (kg/m)	EI (kN・m ²)
10	25	1650	30.1	106.4
20	25	3300	30.1	106.4
30	200	1650	30.1	106.4
40	200	3300	30.1	106.4
50	200	5340	94.7	1111

を満足する値である。なお, k^* はダンパーの種類によって変わる。本研究では粘性せん断ダンパーと高減衰ゴムダンパーを想定し, 前者は $k^* = k + j2\pi f_1 c$, 後者は複素剛性ばね $k^* = ku + jkv$ でモデル化する。 j は虚数単位である。以降式(3)~(5)を提案式と呼ぶ。提案式において f_i は複素数であるため, 計測で得られる固有振動数が f_i の実部に相当するとして張力を推定する。

3. 数値実験による張力推定精度の検証

提案式の妥当性を調べるため数値実験を行った。まず, 有限要素法(FEM)を使用し様々なダンパー付きケーブルモデルの固有振動数を求めた。用いたケーブルとダンパーの値をそれぞれ表1, 2に示す。モデル No. はケーブル No. とダンパー No. の和で表す。なお, 複素剛性ばねの u と v は損失係数 γ より $u = 1/\sqrt{1+\gamma^2}$, $v = \gamma/\sqrt{1+\gamma^2}$ と設定した。粘性せん断ダンパーの k と c には複素剛性ばねの k , $kv/2\pi f_1$ を代入した。FEMの要素長はケーブル長

Table 2 Damper condition

Damper No	Spring Constant	Loss Factor	Setting Point
	k (kN/m)	γ -	l (m)
0	0	0	0
1	0	0.63	7
2	280	0.63	7
3	560	0.63	2
4	560	0.63	4.5
5	560	0.63	7
6	1120	0.63	7
7	560	0	7
8	560	0.33	7
9	560	1.3	7

キーワード 振動計測 ケーブル 張力推定 ダンパー

連絡先 〒615-8520 京都府京都市西京区京都大学桂 TEL 075-383-3252

の 500 分の 1 とした。そして次数とそれに対応する固有振動数を提案式に代入し張力を推定した。使用する次数の数について高次振動法では未知数は 2 つであるが精度を良くするために 5 つの次数を用いるのが良いとされている¹⁾。提案式には張力 T 、曲げ剛性 EI 、ダンパーの変数 k , c (または ku , k_v) の 4 つの未知数が含まれるため 4 次以上必要である。しかし実証実験の計測では 7 次までしか固有振動数を計測できていないケースが見られたので本研究では 7 次までを用いて張力推定を行った。結果を図 2, 3 に示す。それぞれ、粘性せん断ダンパー、高減衰ゴムダンパーの場合である。縦軸は設定値と推定値の比であり 1 に近づくほど精度が高いことを示している。設定値とは表 1 の張力の値のことである。双方のモデルともに高次振動法よりも提案式の方が精度は向上していることが確認でき、提案式の張力推定精度は誤差±5%以内であることが分かった。

4. 計測ノイズを含む場合の張力推定精度の検証

張力測定において加速度センサの性能やフーリエ変換の分解能の影響で得られた固有振動数には誤差が含まれる。そこで固有振動数に計測ノイズが含まれるときの推定張力の精度について検証する。方法としてまず FEM で求めた固有振動数に誤差を付加した(式(6))。ここで $f_i^{FEM,R}$ は FEM で求めた固有振動数の実部, $rand$ は -1 から 1 の一様乱数, η は誤差割合で 0 から 0.1 までをとる。ダンパー無とダンパー有のときの f_i^{noise} より高次振動法、提案式で張力を推定し、それぞれの誤差割合における張力の RMSE を算出した(式(7))。 T_k^{set} は設定張力, T_k^{noise} はノイズを含む場合の推定張力, n は全モデル数を表す。結果を図 4, 5 に示す。どのパターンもノイズを多く含むほど誤差が大きくなる傾向がある。高次振動法(ダンパー無)より未知数が 2 つ多い分提案式の方が誤差率は高くなっていると考えられる。一方でダンパー有のモデルに限って比較すると提案式の方がノイズを含む場合であっても精度が良いことが見受けられる。

5. 結論

- 1) ダンパーを有するケーブルにおいて、ダンパーを想定した提案式を用いることで高次振動法よりも精度良く張力を推定できると考えられる。
- 2) 計測された固有振動数にノイズが含まれていても提案式による張力推定精度は高次振動法の場合と同様の傾向が見られる。

参考文献 1) 山極伊知郎, 宇津野秀夫, 遠藤浩司, 杉井謙一: 高次の固有振動数を利用した線材の張力と曲げ剛性の同定法, 日本機械学会論文集 (C 編), 66 巻, 649 号, 2000 年。

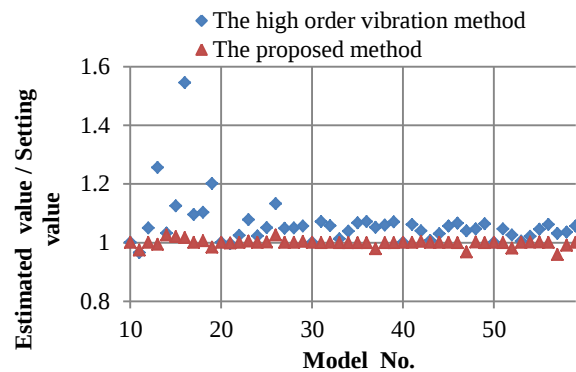


Fig.2 Accuracy of estimated tension (Viscous shear damper)

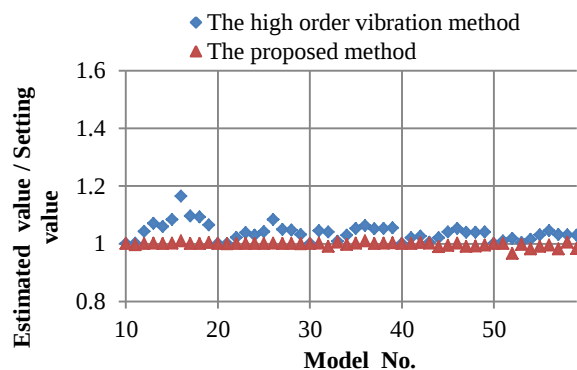


Fig.3 Accuracy of estimated tension
(High damping rubber damper)

$$f_i^{noise} = f_i^{FEM,R} (1 + \eta \text{ rand}) \quad (6)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{T_k^{set}}{T_k^{noise}} - 1 \right)^2} \quad (7)$$

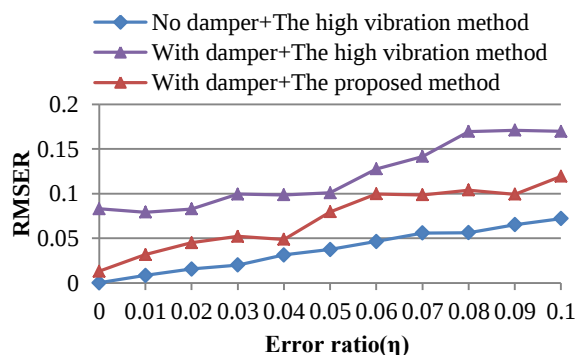


Fig.4 RMSE including the noise (Viscous shear damper)

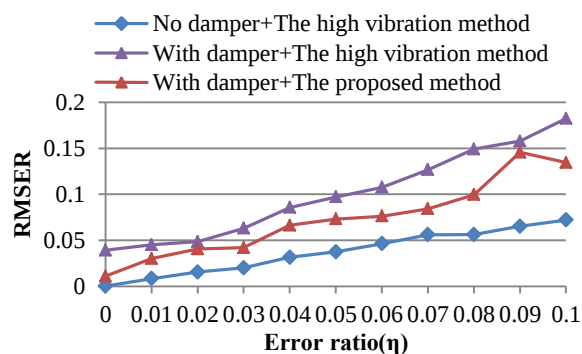


Fig.5 RMSE including the noise
(High damping rubber damper)