

離散コサイン変換による応答スペクトルのモード分解と地震動特性の比較

岐阜大学流域圏科学研究センター 正会員 ○久世益充

岐阜大学工学部 正会員 能島暢呂

名古屋大学大学院 博士前期課程 非会員 中込広大

1. はじめに

応答スペクトルは、その工学的重要性和簡便性から、地震動特性の分析には不可欠の指標である。筆者らは、応答スペクトルを簡潔に表現する手法として、速度応答スペクトルの特徴抽出を行い、KL 変換によるモード分解と合成手法を提案した¹⁾。さらに、KL 変換で得られる正規直交基底が余弦関数に近い特徴を有していることから、離散コサイン変換(DCT; Discrete Cosine Transform)^{2),3)}に相当する正規直交基底を用いて特徴ベクトルを近似できることを示した¹⁾。本報では、2016 年熊本地震(本震)を対象に、余弦関数に基づいたモード分解・合成による地震動特性の比較を行う。

2. 特徴ベクトルのモード分解・合成の概説

本研究では、5%減衰の速度応答スペクトルを対象とし、周期 $T=0.1\sim 10$ s の範囲を対数軸上で 100 等分した 101 点の周期を用いる。

$$T_i = 0.1 \times 10^{\left(\frac{2}{100}\right)(i-1)} \quad (1)$$

各周期における速度応答スペクトル $S_v(T_i)$ の常用対数 $x_i = \log S_v(T_i)$ ($i=1, \dots, 101$) を要素とする 101 次元の列ベクトルを特徴ベクトル $\mathbf{x}=(x_1, \dots, x_{101})^T$ とする。

多数の特徴ベクトル $\mathbf{x}$ の各要素を平均値 0、標準偏差 1 になるように正規化した $\mathbf{x}_0$ から算出した相関行列 $\mathbf{R}$ は半正値対称行列であり、固有値 λ_i が大きな順に対角要素に並んだ行列 $\mathbf{\Lambda}$ に対角化される。

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}[\mathbf{x}_0 \mathbf{x}_0^T], \quad \mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{R} \mathbf{\Phi} \quad (2)$$

ここに、行列 $\mathbf{\Phi}$ は各固有値に対する固有ベクトルからなり、正規直交基底を構成する。KL(Karhunen-Loève)変換¹⁾を適用すると、この基底変換により $\mathbf{x}_0$ は主成分得点 $\mathbf{z}_0=(z_{01}, \dots, z_{0101})^T$ に変換される。主成分得点 $\mathbf{z}_0$ は無相関で相関行列は $\mathbf{\Lambda}$ となる。同じ基底変換により特徴ベクトル $\mathbf{x}$ は主成分得点 $\mathbf{z}=(z_1, \dots, z_{101})^T$ に変換される。その逆変換により $\mathbf{z}$ から $\mathbf{x}$ を復元する場合、寄与率の高い上位次数の部分空間でも良い近似が得られる。

$$\mathbf{z} = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{x}, \quad \mathbf{x} = (\mathbf{\Phi}^T)^{-1} \mathbf{z} = \mathbf{\Phi} \mathbf{z} \quad (3)$$

筆者らは、表 1 に示す 9 地震の波形記録⁴⁾を対象に特

徴ベクトル(速度応答スペクトル)を算出し、KL 変換を適用した結果、固有ベクトル $\mathbf{\Phi}$ が地震ごとで異なるものの、全体的に類似傾向であることを確認した¹⁾。そこで $\mathbf{\Phi}$ において、周期 T_i の k 次モードにあたる i 行 k 列要素 ϕ_{ik} を、DCT を参考に、次式のように定義した。

$$\phi_{ik} = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}} \quad (\text{const.}) & (k=1) \\ -\sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left(\frac{\pi(k-1)(2i-1)}{2N}\right) & (k=2, \dots, N) \end{cases} \quad (i=1, \dots, N) \quad (4)$$

ここに、 $N=101$ である。図 1 に、KL 変換または余弦関数による正規直交基底を示す。なお、文献1)により、式(4)の余弦関数による正規直交基底を、式(3)の固有ベクトル $\mathbf{\Phi}$ に置き換えてモード合成した結果、余弦関数で特徴ベクトルを近似可能なことが示されている¹⁾。

表 1 検討対象の 9 地震一覧¹⁾

No.	年月日	時刻	地震名	Mj	Mw	観測記録数
1	2000/10/6	13:30	鳥取県西部地震	7.3	6.8	303
2	2001/3/24	15:27	芸予地震	6.7	6.8	316
3	2003/9/26	4:50	十勝沖地震	8.0	8.0	339
4	2004/10/23	17:56	新潟県中越地震	6.8	6.7	287
5	2007/3/25	9:41	能登半島地震	6.9	6.6	386
6	2007/7/16	10:13	新潟県中越沖地震	6.8	6.7	390
7	2008/6/14	8:43	岩手・宮城内陸地震	7.2	7.0	330
8	2011/3/11	14:46	東北地方太平洋沖地震	8.4	9.0	691
9	2016/4/16	1:25	熊本地震(本震)	7.3	7.0	363
計						3405

3. 余弦関数による特徴ベクトルのモード分解・合成

3.1 特徴ベクトルと主成分得点の比較

余弦関数を用いてモード分解を行い、1~12 次モードを用いて近似した特徴ベクトルを図 2 に示す。6 次モードまで合成した結果(赤線)が特徴ベクトル(黒線)の概形を近似できており、より高次の 12 次モードまで合成した結果(橙線)では細部の変動を捉えていることが確認できる。

図 3 に、余弦関数を用いてモード分解した時の主成分得点に相当する値(式(3)の $\mathbf{z}$)を比較した結果を示す。図 1~図 3 より、1 次モードは全周期帯の振幅レベルの違い、2 次モードは長周期または短周期の卓越の有無の違い、3 次モードは周期 1 秒付近の中周期帯の卓越の有無の違いが、各モードの値の大きさに表れている

キーワード 地震動, 特徴ベクトル, 応答スペクトル, KL 変換, 離散コサイン変換

連絡先 〒501-1193 岐阜市柳戸 1-1 岐阜大学流域圏科学研究センター TEL 058-293-2427

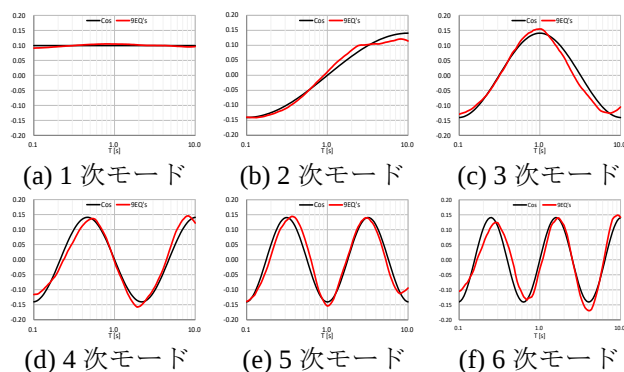


図1 固有ベクトルと余弦関数の比較

ことが確認できる。

3.2 余弦関数による主成分得点の空間分布

図4に、余弦関数を用いたモード分解による得点の空間分布を示す。3.1で前述したように、1次モードは振幅レベルの違いを表すモードであるため、図4(a)に示すように、震源近傍では主成分得点は大きく、震源距離に伴い減衰する傾向である。図4(b)の2次モードでは、全体的に正の値の分布である。図2(a)、図3(a)のように、正の値は長周期が卓越する傾向を表すモードであり、図4(b)より、長周期が卓越する分布形状であることがわかる。さらに、近畿以東の遠方で値が大きく、これらの地域では、より長周期が卓越する傾向であることが確認できる。なお、震源に近い地点で一部負の値が見られるが、これは、図2(b)、図3(b)のように、短周期が卓越する傾向のある地点である。図4(c)の3次モードもほとんど正の値であり、図2(c)、図3(c)のように、周期1秒付近の中周期帯の卓越傾向が見られる地点である。四国東部～大阪湾周辺、日本海側において比較的大きな値である。

4. おわりに

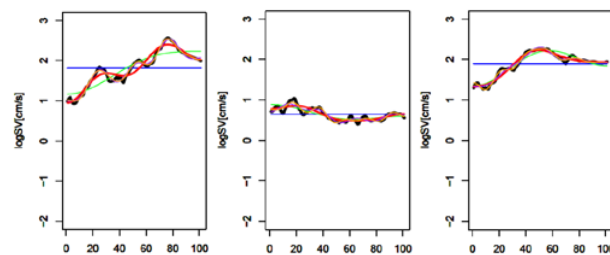
本報では、離散コサイン変換に相当する正規直交基底として余弦関数を用いてモード分解・合成を行い、地震動特性について考察した。KL変換によるモード合成^{1), 5)}と同様に、余弦関数によるモード合成が特徴ベクトルを近似可能なことを確認し、2016年熊本地震

(本震)の地震動特性について考察を行った。表1に示した9地震においては、12次モードまでの合成で特徴ベクトルを近似できることを確認したが、細部の変動まで近似可能かどうか、他の地震動記録の比較など、引き続き検討を行いたい。

謝辞:本研究では(国研)防災科学技術研究所 K-NET の強震記録を使用しました。記して謝意を表します。

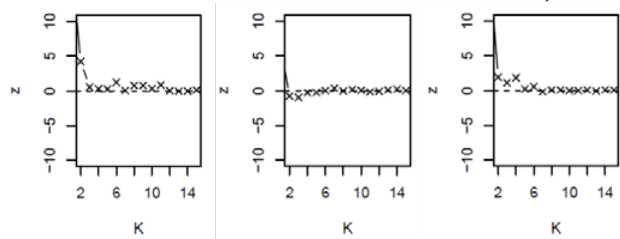
参考文献

- 1) 能島暢呂, 久世益充: KL変換と離散コサイン変換による応答スペクトルのモード分解と合成, 土木学会論文集 A1S(登載決定)
- 2) 金谷健一: これならわかる応用数学教室 最小二乗法からウェーブレットまで, 共立出版, 270p., 2003.
- 3) 田村秀行: コンピュータ画像処理入門, 総研出版, 1985, 288p.
- 4) (国研)防災科学技術研究所: 強震観測網(K-NET, KiK-net) <http://www.kyoshin.bosai.go.jp/kyoshin/>
- 5) 能島暢呂, 久世益充: KL展開による地震動の経時特性のモード分解と合成, 日本地震工学会論文集 第17巻, 第6号, pp.5_21-5_37, 2017.



(a) KMM004 (b) NGS010 (c) OIT009

図2 余弦関数を正規直交基底に用いたモード合成による特徴ベクトルの近似 (横軸は式(1)の i (固有周期 $T=0.1\sim 10$ s) 黒線は 101 次元特徴ベクトル, 青・緑・赤・紫・橙はそれぞれ 1,3,6,9,12 次モードまで合成)



(a) KMM004 (b) NGS010 (c) OIT009

(1次モード 18.21) (1次モード 6.48) (1次モード 19.03)

図3 余弦関数を正規直交基底に用いたモード分解における主成分得点 (2～15次モードまで)

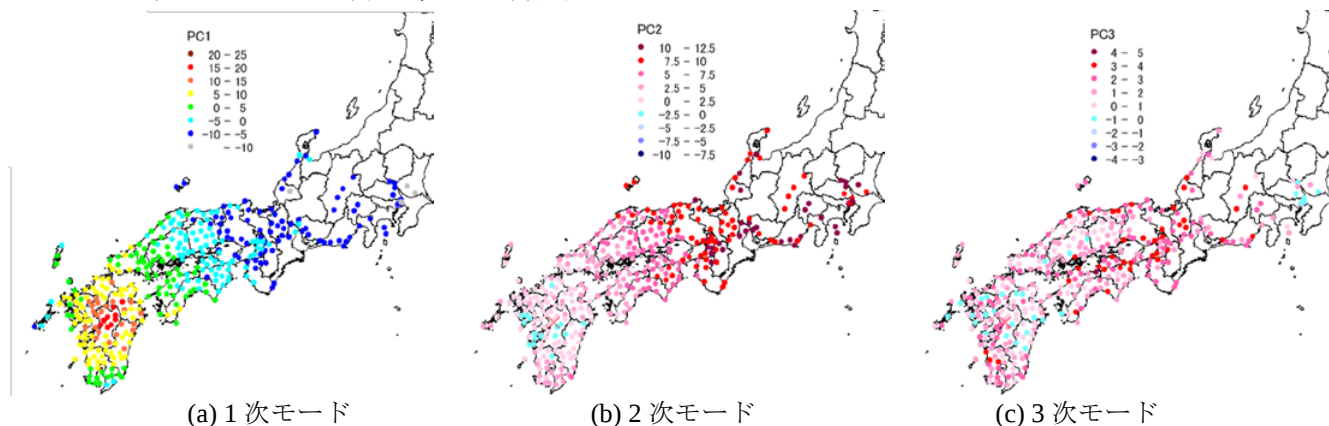


図4 余弦関数を正規直交基底に用いたモード分解における主成分得点の空間分布(2016年熊本地震本震)