CFRP 中の層間剥離に対する面外波動を用いた順解析および逆散乱解析

群馬大学大学院理工学府　学生会員　○小野寺貴
群馬大学大学院理工学府　正会員　斎藤隆泰

1. はじめに

近年, 工学の様々な分野で異方性材料の利用が進んでいる. CFRP(Carbon Fiber Reinforced Plastic : 炭素繊維強化プラスチック) は軽量かつ高強度であり, 耐腐食性を有する利点があることから, 橋梁の補強材料や, 航空機の主要部材として利用されている. しかしながら, CFRP は薄い炭素繊維シートを積層して形成されるため, 積層方向に依存した音響異方性を示すことから力学特性が複雑になる. また, 積層間に層間剥離を生じることが欠点として挙げられる. 以上の背景から, 異方性の複雑な力学挙動を考慮した, CFRP 中の層間剥離の形状再構成手法の開発が求められる. そこで本研究では, CFRP 中の層間剥離に対する逆散乱解析手法を開発する. なお, 逆散乱解析に必要な散乱波を得るために, 本研究では演算子積分時間領域境界要素法 (CQBEM) を用いる. なお, 対象材料として一方向 CFRP, 擬似等方積層 CFRP の積層パターンが異なる 2 つの CFRP を選定する. 以下では, 解くべき問題について簡単に説明した後, CQBEM の定式化および CFRP の層間剥離に対する逆散乱解析の定式化について述べる. 最後に, 一方向 CFRP, 擬似等方積層 CFRP 中の層間剥離の形状再構成結果を示すことで, 本手法の妥当性, 有効性を検討する.

2. 解くべき問題

解くべき問題は図 1 に示すような, 無限異方性弾性体 D 中の長さ $2a$ の層間剥離 S による入射波の散乱問題 (順問題) および位置を特定する逆問題とする. ただし, 本研究では簡単のため純面外波動 (SH 波) を考える. また, 層間剥離に対して鉛直上向き, 下向きの 2 方向から SH 波を送信し, 鉛直上向きに送信した場合には下半分の円周上で散乱波を受信し, 鉛直下向きに送信した場合には上半分の円周上で散乱波を受信する (図 1). また, x_1, x_2 軸の原点を, 層間剥離中心に取るものとする.

3. 2 次元異方性純面外波動散乱解析

逆散乱解析に必要な, 層間剥離からの散乱波を用意するために, 本研究では CQBEM を用いた純面外波動散乱解析を行う. 定式化の詳細については, 例えば文献 [1] 等を参照されたい. 2 次元異方性純面外弾性波動問題の層間剥離に

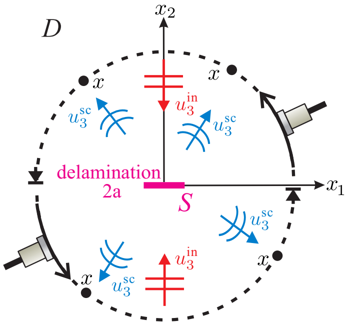

図 1 順解析および逆解析モデル.

対する境界積分方程式は, 次式で表される.

$$u_3(\boldsymbol{x},t) = u_3^{\rm in}(\boldsymbol{x},t) - \int_S T_{33}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},t) * [u_3(\boldsymbol{y},t)]dS_y \quad (1)$$

ここで, $*$ は畳込み積分, $[u_3(\boldsymbol{y},t)]$ は層間剥離の変位, $T_{33}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},t)$ は, 2 次元異方性純面外弾性波動問題における二重層核である. なお, $u_3^{\rm in}(\boldsymbol{x},t)$ は, 入射波であり, 本研究ではリッカー波を用いる. 式 (1) の時間領域境界積分方程式を解くために, 空間に関しては, 層間剥離 S を境界要素に分割した区分一定要素, 時間に関しては Lubich の演算子積分法を用いて離散化することで, 全時間ステップにおける境界未知量および異方性弾性波動場 $u_3(\boldsymbol{x},t)$ を求める.

4. CFRP 中の層間剥離に対する逆散乱解析

CQBEM により求めた散乱波形を用いて逆散乱解析を行う. 散乱波 $u_3^{\rm sc}(\boldsymbol{x},\omega)$ に対する周波数領域での境界積分方程式は次式で与えられる.

$$u_3^{\rm sc}(\boldsymbol{x},\omega) = -\int_S C_{3\alpha3\beta}e_\alpha(\boldsymbol{y})\frac{\partial U_{33}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)}{\partial y_\beta} \cdot [u_3(\boldsymbol{y},\omega)]dS_y \quad (2)$$

ただし, ω は角周波数, $U_{33}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)$ は周波数領域における 2 次元異方性純面外弾性波動問題に対する基本解である. $[u_3(\boldsymbol{y},\omega)]$ は周波数領域における層間剥離の変位を表す. また, $e_\alpha(\boldsymbol{y})$ は, 層間剥離境界上の点 $\boldsymbol{y}$ における外向き単位法線ベクトルであり, $C_{3\alpha3\beta}$ は弾性定数である. なお, 右下添字 α 等のギリシャ文字は, 1, 2 の値をとるものとする. 基本解 $U_{33}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)$ の遠方表現を式 (2) に代入し, Kirchhoff 近似による特異関数 $\gamma(\boldsymbol{y})$ を取り入れた逆散乱解析の定式化を行うと, 最終的に次の式を得る.

Key Words: 逆散乱解析, CFRP, 演算子積分時間領域境界要素法, 層間剥離
〒 376-8515　群馬県桐生市天神町 1-5-1　群馬大学大学院理工学府　TEL.0277-30-1610　E-mail:t14303027@gunma-u.ac.jp

$$
\begin{aligned}
\gamma(\boldsymbol{y}) = & -\mathrm{i}C_{44}\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty}\left[\frac{f(\varphi^s)}{c_0}-\frac{1}{c}\cos(\psi-\psi^{\mathrm{in}})\right] \\
& \cdot\frac{u_3^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x},\omega)}{F(\omega)\hat{Q}_{33}(k_0 f(\varphi^s)\hat{x}_\alpha-k\hat{d}_\alpha^{\mathrm{in}})}\sqrt{\frac{k_0|\boldsymbol{x}||f''(\varphi^s)|}{8\pi^3}} \\
& \cdot\exp\Big[-\mathrm{i}k_0|\boldsymbol{x}|f(\varphi^s)-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}\mathrm{sgn}\{f''(\varphi^s)\}\Big] \\
& \cdot\exp\Big[\mathrm{i}\{k_0 f(\varphi^s)\hat{\boldsymbol{x}}\cdot\boldsymbol{y}-k\hat{\boldsymbol{d}}^{\mathrm{in}}\cdot\boldsymbol{y}\}\Big]d\omega d\psi \qquad (3)
\end{aligned}
$$

ただし,

$$
\begin{aligned}
& \hat{Q}_{33}=S^2(\varphi^s)C_{3\alpha3\beta}\hat{x}_\beta P_{33},\ f(\varphi)=S(\varphi)|\cos(\varphi-\psi)| \\
& F(\omega)=-\frac{\sqrt{2\pi}\omega^2\exp(\mathrm{i}\omega t_s)}{2\exp(\omega^2/\omega_p^2)\omega_p^3},\ \ S(\varphi)=c_0/c(\varphi) \qquad (4)
\end{aligned}
$$

であり, φ^s は, $f'(\varphi^s)=0$ を満たす解, P_{33} は面外方向に対応する qS2 波の固有ベクトルの積であり, $P_{33}=1$ である. C_{44} は弾性定数 C_{ijkl} をフォークト表記で表した場合の弾性定数 $C_{pq}(p,q=1,\ldots,6)$ の C_{44} 成分, c_0 は ρ を密度としたとき $c_0=\sqrt{C_{44}/\rho}$ であり, 波数 k_0 は $k_0=\omega/c_0$ である. また, φ は基本解に含まれる単位円周ベクトル $\boldsymbol{n}=(\cos\varphi,\sin\varphi)$, ψ は $(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})/|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}|=\hat{\boldsymbol{x}}=(\cos\psi,\sin\psi)$ を満足する偏角を表しており, $c(\varphi)$ は φ 方向の qS2 波の位相速度である. なお, ψ^{in} は入射波の伝搬方向単位ベクトル $\hat{\boldsymbol{d}}^{\mathrm{in}}$ に依存する入射角であり, ω_p, t_s は, それぞれ順解析で用いる入射波 (リッカー波) の中心角周波数およびピーク時刻, k は入射波の波数 $k=\omega/c$ を表している. 式 (3) 中の特異関数 $\gamma(\boldsymbol{y})$ は, 層間剥離の表面でのみ値を持つ関数であり, 式 (3) を精度良く計算することで, 欠陥形状を再構成できる.

5. 数値解析例

以下, 順解析結果を用いた一方向 CFRP, 擬似等方積層 CFRP 中の層間剥離に対する逆散乱解析結果を示す. なお, それぞれの材料に対する弾性定数は, 一方向 CFRP の場合, $C_{44}=1.0$, $C_{55}=2.02$, 擬似等方積層 CFRP の場合, $C_{44}=1.0$, $C_{55}=3.24$ であり, それぞれ C_{44} で無次元化している. 層間剥離中心から距離 $12a$ の円周上を x_1 方向を基準に $\psi=3°$ から $6°$ 間隔で 60 分割した点を散乱波 $u_3^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x},t)$ の観測点とした. まず, CQBEM で求めた散乱波形の一例を図 2 に示す. 図 2 は, $0°\leq\psi\leq180°$ での散乱波形 u_3/u_0 を無次元化時刻 c_0t/a に対し, $3°$ から $18°$ 刻みで示したものである. CQBEM では, 層間剥離を 20 個の境界要素で分割し, 時間増分 $c_0\Delta t/a$, 総時間ステップ数 N, および入射波の中心周波数 ω_p は, それぞれ $c_0\Delta t/a=0.02$, $N=2048$, $\omega_p=\pi$ とした. 次に, 図 3 に CFRP を伝搬する波動の群速度曲線を示す. 本研究で扱う波動は qS2 波 (面外波, 青線で表記) であること, 群速度ベクトルの値はそれぞれの $c_0=\sqrt{C_{44}/\rho}$ で無次元化していることに注意されたい. 図 3 より, 一方向 CFRP, 擬似等方積層 CFRP の qS2 波はどちらも水平方向に早く伝搬することがわかる. また, 図 2 より, 一方向 CFRP, 擬似等方積層 CFRP は群速度が速い水平方向の受信点で散乱 qS2 波が速く到達していることがわかり, 異方性の影響が表れていることが見て取れる. 次に, 図 2 で示したような散乱波形を用いて行った逆散乱解析結果を図 4 に示す. ただし, 画像化する領域は原点中心の $4a\times4a$ の領域であり, 特異関数 $\gamma(\boldsymbol{y})$ の値は, それらの最大値 γ_{max} で無次元化した値をプロットしている. また, 中央の黒い実線は実際の層間剥離を示している. 図 4 より, 特異関数 $\gamma(\boldsymbol{y})$ は, 実際の層間剥離付近で大きな値を示しており, CFRP の層間剥離の位置を概ね再構成できていることがわかる.

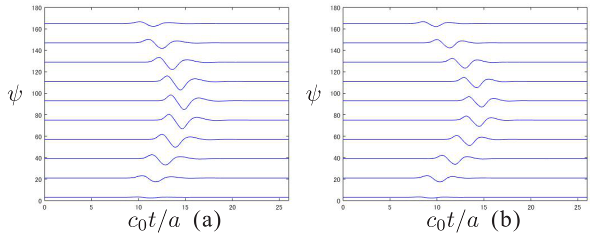

図 2 散乱波形データ ($0°\leq\psi\leq180°$) (a) 一方向 CFRP (b) 擬似等方積層 CFRP.

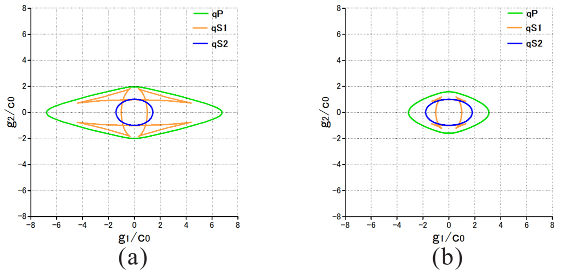

図 3 群速度曲線 (a) 一方向 CFRP (b) 擬似等方積層 CFRP.

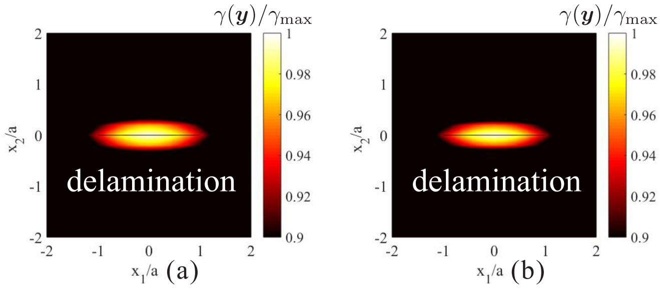

図 4 逆散乱解析結果 (a) 一方向 CFRP (b) 擬似等方積層 CFRP.

6. まとめと今後の課題

一方向 CFRP, 擬似等方積層 CFRP 中の層間剥離に対する 2 次元異方性純面外波動散乱解析および逆散乱解析を行った. 異方性の影響下でも, 層間剥離の形状を概ね再構成することができた. 今後は, 計測実験により得られた散乱波形を用いて逆散乱解析を実行する予定である.

参考文献

1) Furukawa, A., Saitoh, T. and Hirose, S. : Convolution quadrature time-domain boundary element method for 2-D and 3-D elastodynamic analyses in general anisotropic elastic solids, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol.39, pp. 64-74, 2014.