トポロジー感度法の超音波フェーズドアレイ探傷への応用

○群馬大学大学院理工学府　学生会員　森川光
群馬大学大学院理工学府　正会員　斎藤隆泰

1. はじめに

構造物の維持管理を行う上で, 非破壊検査を行うことは重要である. 特に, 構造物内部の欠陥を非破壊評価する代表的な方法の一つとして, 超音波探傷法が知られている. 超音波探傷法による代表的な欠陥形状再構成手法として, 開口合成法が挙げられる. しかし, 開口合成法は, 計測した受信波形を振幅を重みとして, 対応する空間位置にプロットしていく単純な手法であり, 散乱波に含まれる欠陥の情報を十分に使い切れているとは言えない. そこで, 本研究では, 波動場の数値解と材料表面での計測値との差で定義される目的汎関数を導入し, Bonnet が定式化した, 対象領域の微小なトポロジー変化に対する目的汎関数の変化率で定義されるトポロジー感度 [1)] の非破壊評価への適用性能について検討する. また, 超音波探傷法へ応用するために, フェーズドアレイ探触子 (以下, アレイ探触子) による計測を想定する. 以下では, 解くべき問題やトポロジー感度の定式化を説明した後, 内部に欠陥が複数存在する場合における, 欠陥形状再構成結果を示すことで非破壊評価への適用性について検討する. なお, 本研究は, 欠陥形状再構成への応用のための基礎研究として, 解析対象を面外波動場と単純化して, 欠陥形状再構成解析を行う. また, 欠陥による散乱波動場の計算には, 演算子積分時間領域境界要素法 [2)] を用いる.

2. 解くべき問題

本研究で対象とする超音波の送受信概要を図 1(a) に示す. ここで, 欠陥の位置, 個数, 形状が不明である 2 次元無限等方性材料の内部領域における欠陥が存在し得る領域を Ω(Design domain) とする. このとき, 以下のような面外波動場 u の初期値境界値問題 (順問題) を考える.

$$\begin{cases} \Delta u(\boldsymbol{\xi},t)=\frac{1}{c^2}\ddot{u}(\boldsymbol{\xi},t) & (\boldsymbol{\xi}\in\Omega, 0<t) \\ u(\boldsymbol{\xi},0)=\dot{u}(\boldsymbol{\xi},0)=0 & (\boldsymbol{\xi}\in\Omega) \end{cases} \tag{1}$$

ただし, 散乱波は放射条件を満足するとする. また, c は波速, $\dot{(\ )}$ は時間微分を表す. 本研究で扱う問題とは, 対象領域 Ω に対して, SH 波を送信し, 欠陥からの散乱波を, 図 1(a) のような, $m=1,2,\ldots,N$ の N 個の素子で受信し, 受信した散乱波形から欠陥の位置, 個数, 形状を決定する問題である. ここでは, 対象領域 Ω に伝搬方向ベクトル $\boldsymbol{p}=(p_1,p_2)$ の平面波が入射するものとする. また, 欠陥が適当な位置に存在すると仮定した場合のアレイ探触子の接触面 S(Observation area) 上の受信点 $\boldsymbol{z}^m$ における面外波動場 $u(\boldsymbol{z}^m,t)$ と実際の欠陥による計測データ $u^{\mathrm{obs}}(\boldsymbol{z}^m,t), 0\le t\le T$ の差である以下の目的汎関数 $J(\Omega)$ を導入する.

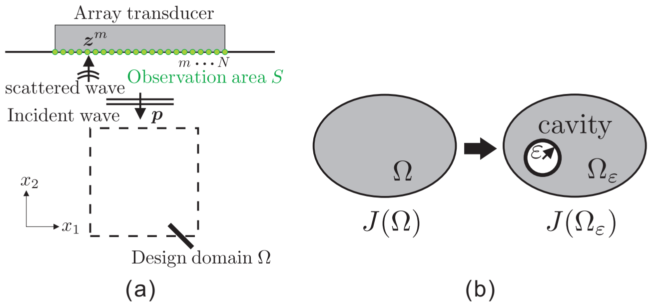

図 1 欠陥形状再構成解析 (a) 解くべき問題 (b) トポロジー感度.

$$J(\Omega)=\frac{1}{2}\sum_{m=1}^{N}\int_0^T \varphi(u(\boldsymbol{z}^m,t),\boldsymbol{z}^m,t)dt \tag{2}$$

$$\varphi(u(\boldsymbol{z}^m,t),\boldsymbol{z}^m,t)=|u(\boldsymbol{z}^m,t)-u^{\mathrm{obs}}(\boldsymbol{z}^m,t)|^2 \tag{3}$$

また, 式 (2) の目的汎関数 $J(\Omega)$ を最小化するために, 以下の章で説明する, 目的汎関数より導出されるトポロジー感度より, 最適な欠陥の位置, 個数, 形状等を決定する問題 (逆問題) を考える.

3. トポロジー感度

図 1(b) のような, 対象領域 Ω 内部の内点 $\boldsymbol{\xi}$ に, 新たな無限小の欠陥 (半径 ε) が発生した時の目的汎関数を $J(\Omega_\varepsilon)$ とすると, 一般的に, トポロジー感度は, 欠陥発生前後の目的汎関数の変化率を, 発生した欠陥の面積で除した形で定義され, 以下の式で与えられる.

$$\mathcal{T}(\boldsymbol{\xi})=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{J(\Omega_\varepsilon)-J(\Omega)}{\pi\varepsilon^2} \tag{4}$$

式 (4) より, 実際の欠陥位置 $\boldsymbol{\xi}$ のトポロジー感度 $\mathcal{T}(\boldsymbol{\xi})$ は, 目的汎関数が減少する方向 ($J(\Omega_\varepsilon)<J(\Omega)$) より, 必ず負であり, 大きな値をもつと考えられる.

式 (2) - (4) より, 本解析で用いるトポロジー感度 $\mathcal{T}(\boldsymbol{\xi})$ は以下の式で与えられる.

$$\mathcal{T}(\boldsymbol{\xi})=\nabla u(\boldsymbol{\xi},t)*(\boldsymbol{A}\nabla\hat{u}(\boldsymbol{\xi},t))+\frac{1}{c^2}\dot{u}(\boldsymbol{\xi},t)*\dot{\hat{u}}(\boldsymbol{\xi},t) \tag{5}$$

$$A_{ik}=2\delta_{ik} \tag{6}$$

ここに, $\hat{u}(\boldsymbol{\xi},t)$ はトポロジー感度 $\mathcal{T}(\boldsymbol{\xi})$ を解析的に解くために定義した随伴波動場の解であり, $*$ は畳込み積分, δ_{ik} は

Key Words: 逆問題, フェーズドアレイ探触子, トポロジー感度, 演算子積分時間領域境界要素法
〒 376-8515　群馬県桐生市天神町 1-5-1・TEL/FAX:0277-30-1610

Kronecker のデルタである. なお, 随伴波動場の入射波 $\hat{u}^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{\xi}, t)$ は, 受信点 $\boldsymbol{z}^m$ での順問題の解 $u(\boldsymbol{z}^m, t)$ と実際の欠陥により得られる計測データ $u^{\mathrm{obs}}(\boldsymbol{z}^m, t)$ の差を振幅とし, 受信点 $\boldsymbol{z}^m$ を波源とする点源波を逆伝搬させて得られる. その際, 順問題と同様に, 無限領域を考慮する. 順問題と随伴波動場の解より, 式 (5) のトポロジー感度 $\mathcal{T}(\boldsymbol{\xi})$ を対象領域 Ω 内部の全内点で求めることにより, 最適な欠陥の位置, 個数, 形状を決定する.

4. 数値解析例

解析モデルは, 図 2(a) のような, 等方性材料中に, 欠陥として 4 つの空洞 (半径 a) が, $10a$ の間隔で存在するモデルを考える. 図 2(a) に対して, 無限遠方から平面波を入射し, 4 つの欠陥の上側にある欠陥中心から $25a$ 上方に設けた 64 個の受信点 $\boldsymbol{z}^m$(素子間隔 a) で散乱波を受信し, 得られた散乱波形から欠陥の位置, 個数, 形状を決定する解析を行った.

(1) 等方性材料中の面外波動のシミュレーション

本解析では, 対象領域 Ω や受信点 $\boldsymbol{z}^m$ における面外波動場を求めるために, 最新の境界要素法である演算子積分時間領域境界要素法を用いた. また, 入射波は図 2(a) に対して, 伝搬方向ベクトル $\boldsymbol{p} = (0, -1)$ とした理想的な平面波が入射するとして, 以下の式で与えた.

$$u^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{\xi}, t) = \frac{u_0}{2}(1 - \cos 2\pi\alpha) \tag{7}$$

$$\alpha = \begin{cases} \dfrac{c}{\lambda}\left(t - \dfrac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{\xi} + 20a}{c}\right) & \text{for} \quad (0 \le \alpha \le 1) \\ 0 & \text{for} \quad \text{otherwise} \end{cases} \tag{8}$$

ここに, u_0 は振幅を表す. ただし, 波長は $\lambda/a = 1.0$ とした. また, 境界要素解析では, 空洞 1 つあたりの要素数を 72, 総時間ステップ数を 512, 時間増分 $c\Delta t/a = 0.20$ で与えた. 図 2(b) - (e) は, それぞれ $ct/a = 50, 100, 150, 200$ における空洞周辺の面外波動場を示している. なお, 参考のため欠陥の位置を白円で示してある. 図 2(b) - (e) より, 空洞からの散乱波を確認できる. また, 等方性材料中を伝搬する平面波と, 空洞からの散乱波が, 外部境界で反射せず, 無限遠方に伝搬している様子が見て取れる. 以上の数値解析結果で得られたアレイ探触子の接触面 S 上の受信点 $\boldsymbol{z}^m$ における散乱波動場を計測データ $u^{\mathrm{obs}}(\boldsymbol{z}^m, t)$ として用いて, 欠陥形状再構成解析を行う.

(2) 欠陥形状再構成解析

図 2(a) のような, 1 辺 $40a$ の対象領域 Ω に対して, 最適な欠陥の位置, 個数, 形状を決定した数値解析結果を示す. 解析パラメータは, (1) における等方性材料中の面外波動のシミュレーションで用いたものと同様である. 本研究では, この種の研究に対する第一段階として, 適当な位置に欠陥を仮定せず, 欠陥が存在していない対象領域 Ω に対して, 順問題と随伴場解析を行い, 式 (5) のトポロジー感度 $\mathcal{T}(\boldsymbol{\xi})$ に

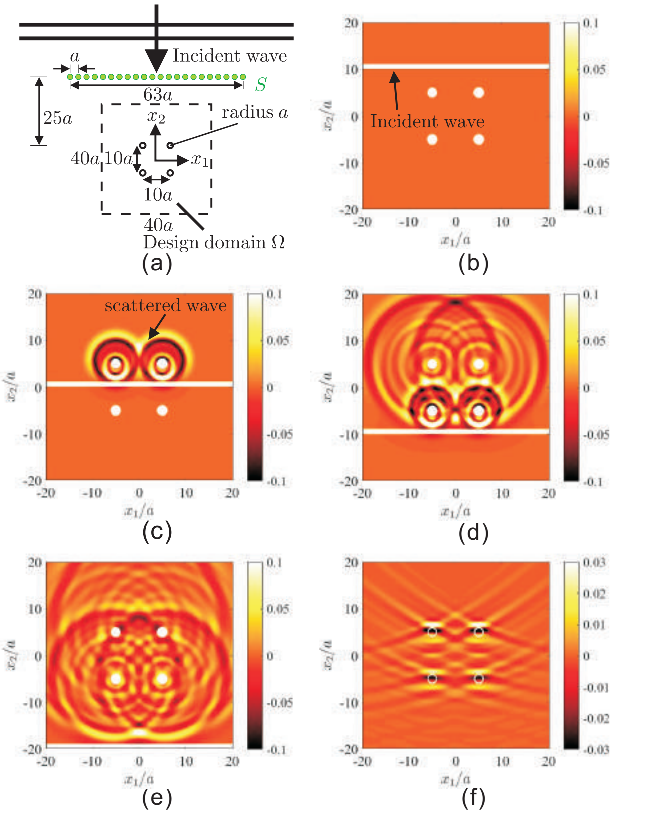

図 2 複数の欠陥による順解析および欠陥形状再構成結果 (a) 解析モデル (b) $ct/a = 50$(c) $ct/a = 100$(d) $ct/a = 150$(e) $ct/a = 200$ 欠陥周辺における面外波動場 (f) 欠陥形状再構成結果.

より, 欠陥の位置, 個数, 形状を決定する問題へ帰着させた. 図 2(f) に, 対象領域 Ω 内部の $101 \times 101 = 10201$ 点の全内点でのトポロジー感度 $\mathcal{T}(\boldsymbol{\xi})$ を求めた結果を示す. 参考のため, 欠陥の正解位置を白丸で示してある. 図 2(f) より, トポロジー感度 $\mathcal{T}(\boldsymbol{\xi})$ は, 欠陥の正解位置周辺で大きな負の値を示していることが見て取れる. 以上のことから, 本手法を用いて, 対象領域 Ω 内部の欠陥の位置, 個数を正しく決定できており, 本手法の妥当性が示せた. なお, ここでは, 欠陥の上側表面で超音波を受信しているため, 欠陥の上側部分が再構成されているのが分かる. このため, 欠陥形状再構成の精度の向上には, 異なる方向から超音波を送受信した, より多くの計測データが必要になると考えられる.

5. まとめと今後の課題

等方性材料中の複数の欠陥に対して, トポロジー感度法を用いた欠陥の位置, 個数, 形状を決定する解析を行った. また, 本研究で用いたトポロジー感度 $\mathcal{T}(\boldsymbol{\xi})$ を定義した後, 数値解析結果より, 本研究の妥当性を検証した. 今後は, 異方性材料中に対しての欠陥形状再構成解析の適用性について検討を行う予定である.

参考文献

1) M.Bonnet: Topological sensitivity for 3D elastodynamic and acoustic inverse scattering in the time domain, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.195, pp.5239-5254, 2006.
2) 斎藤隆泰, 廣瀬壮一, 福井卓雄, 石田貴之：三次元スカラー波動および弾性波動問題における演算子積分時間領域境界要素法, 応用力学論文集, Vol.10, pp.217-224, 2007.