有限ひずみ弾塑性損傷モデルによる圧縮場を考慮した表層地盤の変状解析

○東北大学大学院工学研究科 学生会員 大川 真里奈
東北大学大学院工学研究科 学生会員 鈴木 峻
東北大学災害科学国際研究所 正会員 森口 周二
東北大学災害科学国際研究所 正会員 寺田 賢二郎

1. はじめに

平成 28 年熊本地震では地震動による被害だけでなく，地震動を契機として活動した断層運動による被害が見受けられた．地方自治体によっては，活断層の直上区域への特定施設の新築を制限する条例[1]を制定しているが，その適用範囲はかなり限定的なものとなっている．多数の活断層が複雑に存在する我が国においては，このような地震発生に伴って生じる断層運動による周辺地盤の変状を予測することが防災上の観点から重要であるといえる．

先行研究として著者ら[2]は，地形の影響を考慮した表層地盤の変状解析を行い，発生するき裂を損傷モデルを用いて表現することに成功しているが，その適用範囲は弾性変形にとどまっている．また，準静的解析であることや土の塑性変形を考慮できておらず，実際の変形挙動を再現するには不十分であった．そこで，本研究では断層運動に伴って発生する表層地盤の変状解析の高度化を目的として，弾塑性損傷モデルの採用および動的問題への拡張を行う．まず，土の変形挙動の再現を試みるべく，弾塑性挙動を表現するため Drucker-Prager モデルを採用する．また，土粒子同士のかみ合わせが大きくずれるような挙動は塑性変形のみでは考慮できないと考え，損傷モデルによって表現することとし，弾塑性損傷モデルの表層地盤の変状解析への適用性に関する基礎的検討を行う．

2. 数値材料モデル

弾塑性構成則には Hencky 超弾性ベースの Drucker-Prager モデルを採用する．Kirchhoff 応力 $\boldsymbol{\tau}$ は，次式のように静水圧成分 p と偏差成分 $\boldsymbol{\tau}'$ に分解できる．

$$\boldsymbol{\tau} = p\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\tau}' \tag{1}$$

$$p = K \ln J \tag{2}$$

$$\boldsymbol{\tau}' = 2G\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{e}} - \frac{2}{3}G \ln J\boldsymbol{I} \tag{3}$$

ここに，K は体積弾性率であり，J は α 方向のストレッチ λ_α を用いて $J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$ として表される．また，G はせん断弾性率であり，$\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{e}}$ は次式で定義される Euler 対数弾性ひずみテンソルである．

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{e}} = \sum_{\alpha=1}^{3} (\lambda_\alpha^{\mathrm{e}})^2 \, \boldsymbol{n}_\alpha \otimes \boldsymbol{n}_\alpha \tag{4}$$

降伏関数 ϕ は静水圧 p と粘着力 c を用いて次式で与えられる．

$$\phi = \sqrt{J_2} + \eta p - \xi c \le 0 \tag{5}$$

塑性ポテンシャル関数は式 (5) 中の η を $\bar{\eta}$ に置き換えた式であり，$\eta \neq \bar{\eta}$ の場合は非関連流れ則となる．ここで，η と ξ は Mohr-Coulomb の降伏基準の近似方法に応じて選ばれる定数であり，粘着力 c および内部摩擦角 ϕ，ダイレイタンシー角 ψ と η，ξ，$\bar{\eta}$ の関係は，平面ひずみ条件下で同一の崩壊荷重が得られるように次式で与えるものとする．

$$\eta = \frac{3\tan\phi}{\sqrt{9 + 12\tan\phi^2}} \; ; \; \xi = \frac{3}{\sqrt{9 + 12\tan\phi^2}}$$
$$\bar{\eta} = \frac{3\tan\psi}{\sqrt{9 + 12\tan\psi^2}} \tag{6}$$

断層運動に伴って岩盤および表層地盤に発生するき裂は次の有限ひずみ損傷モデル[3]によって表現する．

$$\boldsymbol{\sigma} = \left(1 - D\left(\lambda_{\mathrm{eq}}\right)\right) \sum_{\alpha=1}^{3} \sigma_\alpha \boldsymbol{n}_\alpha \otimes \boldsymbol{n}_\alpha \tag{7}$$

ここで，D は損傷変数であり，次式の発展則で変化する．なお，過去に経験した損傷は回復しないと仮定すると，次式は減少しない関数である．また，σ_α は Cauchy 応力の主方向成分である．

$$D\left(\lambda_{\mathrm{eq}}\right) = 1 - \frac{J_{\mathrm{eq}}\varepsilon_0}{J_0\varepsilon_{\mathrm{eq}}} \exp\left(-\frac{E\varepsilon_0 L}{J_0 G_{\mathrm{f}}}\left(\lambda_{\mathrm{eq}} - \lambda_0\right)\right) \tag{8}$$

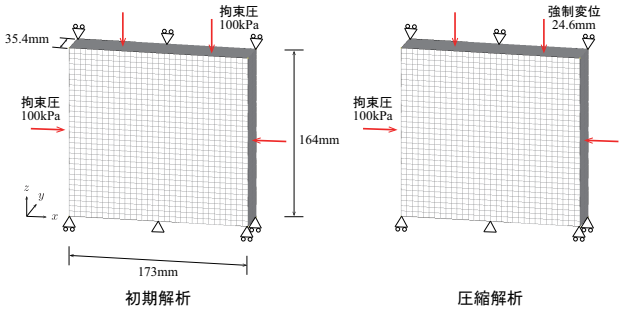
ここで，E はヤング率であり，λ_0 と J_0 はそれぞれ損傷発生時のストレッチと体積変化率である．また，λ_{eq} は現在の等価ストレッチであり，J_{eq} は $J_{\mathrm{eq}} = \lambda_{\mathrm{eq}}^{1-2\nu}$ で表される体積変化率である．また，G_{f} は破壊エネルギーであり，結合力–開口変位曲線下の面積で定義される値，L は有限要素の代表長さであり，V を要素体積として $L = (12V)^{1/3}$ と定義した．

$f_D\left(\varepsilon_{\mathrm{eq}}\right) = \varepsilon_{\mathrm{eq}} - \varepsilon_0 \ge 0$ の際に損傷発生とみなして 式 (8) の値をとり，その他の場合には弾性域とみなして $D = 0$ の値をとる．ここで，ε_0 は損傷開始ひずみであり，$\varepsilon_{\mathrm{eq}}$ は次式で定義される等価ひずみである．

$$\varepsilon_{\mathrm{eq}} = \frac{k-1}{2k(1-2\nu)} I_1' + \frac{1}{2k}\sqrt{\left(\frac{k-1}{1-2\nu} I_1'\right)^2 + \frac{12k}{(1+\nu)^2} J_2'} \tag{9}$$

キーワード：有限ひずみ，Drucker-Prager，損傷モデル

〒 980-8572 仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1, TEL 022-752-2132, FAX 022-752-2133



図– 1 解析モデル

表– 1 各モデルにおける材料パラメータ

	弾塑性モデル [4]	損傷モデル
E (MPa)	15	
ν	0.3	
ϕ (°)	35	–
ψ (°)	10	–
ε_0 ($\times 10^{-2}$)	–	3.8
G_f (N/m)	–	100
k	–	10

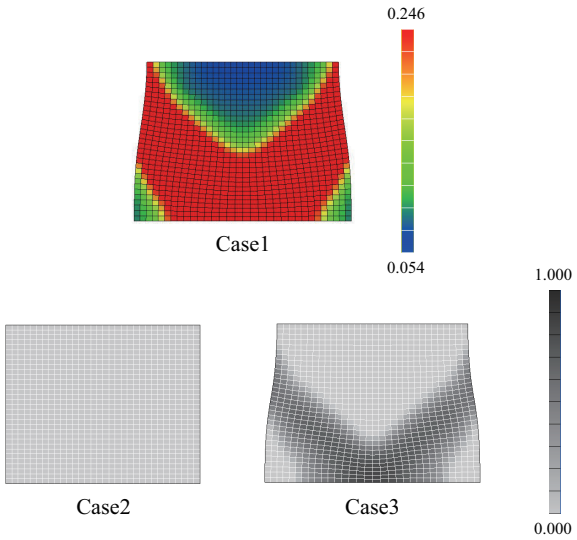
ここで，k は引張圧縮強度比，ν はポアソン比であり，I_1' と J_2' はそれぞれ $I_1' = \mathrm{tr}\boldsymbol{\varepsilon}$，$J_2' = \frac{1}{2}\boldsymbol{e} : \boldsymbol{e}$ で与えられる全ひずみテンソル $\boldsymbol{\varepsilon}$ の第 1，第 2 不変量である．なお，$\boldsymbol{e} = \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{3}(\mathrm{tr}\boldsymbol{\varepsilon})\boldsymbol{I}$ である．

3. 検証例題

本研究で用いる材料モデルの妥当性を検証するため，山川ら [4] が検証に使用した砂供試体の平面ひずみ試験（データ名：shf89）を比較対象として，数値解析および検討を行う．

図-1 に示す解析モデルを用いて，3 次元有限要素解析を行った．紙面垂直方向には変位拘束を与え，平面ひずみ状態を再現している．初期解析として，拘束圧（側圧）と自重のみをかけた解析を行った後，強制変位によって圧縮荷重を作用させる解析を行った．弾塑性 Drucker-Prager モデルでの解析（Case1），弾性損傷モデルでの解析（Case2），弾塑性損傷モデルでの解析（Case3）を用意し，比較および検討を行う．表-1 に材料パラメータを示しており，Case1，3 では弾塑性モデルのパラメータを，Case2，3 では損傷モデルのパラメータを用いることとした．なお，砂を対象としているため $c = 0$ とした．

解析結果を図-2 に示す．Case1 ではせん断ひずみ分布を，Case2 および Case3 では損傷変数を示している．この図より，弾塑性モデルの Case1 ではせん断ひずみ分布が局所化せず広域にわたってせん断帯が形成されていることがわかる．また，弾性損傷モデルの Case2 では，圧縮荷重により一様変形が生じており，損傷が発生しないことが見てとれる．しかしながら，弾塑性損傷モデルの Case3 では，Case1



図– 2 解析結果

と同様の塑性変形が生じ，損傷がせん断帯を示していることがわかる．さらに，そのせん断帯は Case1 と比べて局所化しており，弾塑性モデルと比較して現実的である．さらに詳細な検証が必要であるが，これらの結果は表層地盤の変状解析に対する，採用した弾塑性損傷モデルの適用性を示唆するものである．

4. おわりに

本研究では，断層運動に伴って発生する表層地盤の変状解析の高度化を意図して，弾塑性損傷モデルの適用性に関する基礎的検討を行った．実際の平面ひずみ試験を再現する解析を行い，弾塑性モデルや弾性損傷モデル単独を採用する場合に比べて，弾塑性と損傷を組み合わせたモデルによって，弾塑性変形に伴って形成させるせん断帯から断層を模擬できる可能性を示すことができた．今後は，地表地震断層の模擬実験の数値シミュレーションを実施するなどして，弾塑性損傷モデルの表現可能性に関する検証を重ねることにする．また，動的問題への拡張を行い，断層の活動に伴う衝撃力の影響を考察するなども今後の課題としたい．

参考文献

1) 「徳島県南海トラフ巨大地震等に係る震災に強い社会づくり条例（愛称：命を守るとくしま - 0（ゼロ）作戦条例」について https://anshin.pref.tokushima.jp/docs/2013082700049/
2) 大川真里奈，鈴木峻，高瀬慎介，森口周二，寺田賢二郎，車谷麻緒: 有限ひずみ損傷モデルを用いた断層の動きに伴う表層地盤変状解析，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol. 73, No. 2, pp. I_497-I_505, 2017.
3) 車谷麻緒，阿部俊逸，相馬悠人，寺田賢二郎: コンクリートの破壊力学と修正 von-Mises 基準に基づく等方性の有限ひずみ損傷モデル，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol. 73, pp. 11-21, 2017.
4) 山川優樹，森田耕平，池田清宏，Jacques Desrues: 砂の平面ひずみ供試体における変形局所化挙動と有限要素法による数値分岐解析との比較，応用力学論文集, Vol. 10, pp. 281-292, 2007.