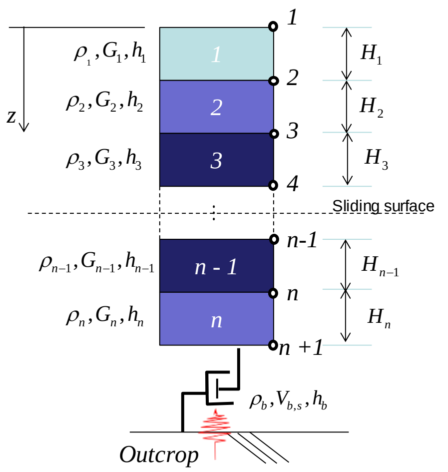
X-FEM を用いた等価線形解析によるすべり解析手法の開発

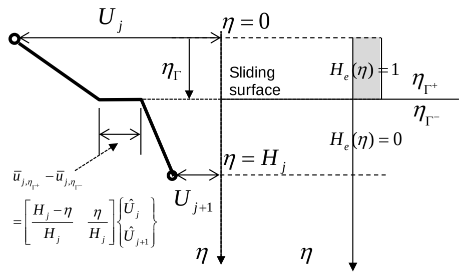
石川工業高等専門学校　学生会員　○稲場　光太郎
石川工業高等専門学校　正会員　新保　泰輝

1．はじめに

現在，地震時すべり面残留変形量解析には剛体すべり解析法であるニューマーク法が汎用されている．ニューマーク法は地盤岩盤の斜面安定計算に必要なパラメータと入力地震波のみを利用した地震時の地盤岩盤斜面（又は土構造物）のすべり面残留変形量（以下，残留変形量と呼称）を求める解析方法である．簡易な手法であることから幅広く利用されている．しかし，ニューマーク法は地盤岩盤を剛体と仮定しており，以下に示す問題点を有する．(1)すべり面が非円弧の場合に解析できない．(2)地盤岩盤内の応答加速度を明確に考慮できない．(3)すべり土塊の変形を考慮できない．これらの解決を目的として T.Shimbo[1)]は地盤の変形，応答加速度，すべり面を考慮できる X-FEM による解析手法を提案している．ただし，提案手法は非線形の時刻歴応答解析を基にしており，線形等方弾性体であっても計算には膨大な時間がかかる．したがって，ニューマーク法のように短時間で数百から数千の円弧を計算して最大残留変形量を示す円弧を求めるのは困難である．この問題を解決するためには，高速で且つ安定的な解析手法が必要となる．一方，我が国では盛土に対する等価線形解析が汎用されている．等価線形解析はひずみレベルに応じてせん断剛性，減衰定数を変化させていく解析手法である．荷重が取り除かれると変形状態は元に戻るものの，ピークの変形量や応答加速度に関しては評価可能である．また，等価線形化解析は計算量が少なく，周波数毎に連立方程式を求めるため，並列処理に適している．そこで，著者らは等価線形化解析に対して X-FEM で用いるすべり面表現方法を導入する事で問題の解決を図る．本稿では基礎検討として，1 次元地盤モデルに対して等価線形解析に X-FEM を用いた定式化を行い，更に作成した解析コードの実装を確認する．



図−1　1 次元モデル



図−2　すべり面を有する要素

2．定式化

図−1 に示す 1 次元水平成層地盤に対し要素分割を行った 1 次元の有限要素モデルを考える．今，ある要素内にすべり面が存在すると仮定する．すべり面を有する要素は図−2 に示すように局所座標 η_Γ においてすべり面があるとする．このとき，振動数 ω_s における要素内変位 $\bar{u}_{j,\eta}$ は節点自由度 U_j，U_{j+1} とすべりを表現する付加自由度 $\hat{U}_j$，$\hat{U}_{j+1}$ と Heaviside 関数 H_e を用いて次式で表されると仮定する．

$$\bar{u}(\eta)=\left[\frac{H_j-\eta}{H_j}U_j+\frac{\eta}{H_j}U_{j+1}+\left\{H_e(\eta)-H_e(\eta_j)\right\}\frac{H_j-\eta}{H_j}\hat{U}_j+\left\{H_e(\eta)-H_e(\eta_{j+1})\right\}\frac{\eta}{H_j}\hat{U}_{j+1}\right]e^{i\omega_s t} \quad where\ \ H_e(\eta):=\begin{cases}1 & \eta\geq\eta_\Gamma\\ 0 & \eta<\eta_\Gamma\end{cases}. \tag{1}$$

上式，$(H_j-\eta)/H_j,\eta/H_j,\{H_e(\eta)-H_e(\eta_j)\}(H_j-\eta)/H_j,\{H_e(\eta)-H_e(\eta_{j+1})\}\eta/H_j$ を重み関数として，重み付き残差法を用いると次式に示す要素剛性マトリクスや質量マトリクスが得られる．ここで＋，−はすべり面の上面・下面を示し，f はすべり面の表面力 $f=G(\bar{u}_{j,\eta_{\Gamma+}}-\bar{u}_{j,\eta_{\Gamma-}})$ である．この G をすべり量に応じてHDモデルで評価する．

キーワード　等価線形解析，X-FEM，すべり面，残留変形解析
連絡先　〒929-0342 石川県河北郡津幡町北中条　石川工業高等専門学校　ＴＥＬ076-288-8166

$$\frac{G_j}{H_j}\begin{bmatrix} 1 & -1 & -\frac{H_j-\eta_{\Gamma^+}}{H_j} & -\frac{\eta_{\Gamma^+}}{H_j} \\ 1 & 1 & \frac{H_j-\eta_{\Gamma^+}}{H_j} & \frac{\eta_{\Gamma^+}}{H_j} \\ -\frac{H_j-\eta_{\Gamma^+}}{H_j} & \frac{H_j-\eta_{\Gamma^+}}{H_j} & \frac{H_j-\eta_{\Gamma^+}}{H_j} & 0 \\ -\frac{\eta_{\Gamma^+}}{H_j} & \frac{\eta_{\Gamma^+}}{H_j} & 0 & \frac{\eta_{\Gamma^+}}{H_j} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} U_j \\ U_{j+1} \\ \hat{U}_j \\ \hat{U}_{j+1} \end{Bmatrix} - \rho_j\omega_s^2 \begin{bmatrix} \frac{H_j}{3} & \frac{H_j}{6} & \frac{2\left(H_j-\eta_{\Gamma^+}\right)^3}{6H_j^2} & \frac{\eta_{\Gamma^+}^2\left(3H_j-2\eta_{\Gamma^+}\right)}{6H_j^2} \\ \frac{H_j}{6} & \frac{H_j}{3} & \frac{\left(2\eta_{\Gamma^+}+H_j\right)\left(H_j-\eta_{\Gamma^+}\right)^2}{6H_j^2} & \frac{2\eta_{\Gamma^+}^3}{6H_j^2} \\ \frac{2\left(H_j-\eta_{\Gamma^+}\right)^3}{6H_j^2} & \frac{\left(2\eta_{\Gamma^+}+H_j\right)\left(H_j-\eta_{\Gamma^+}\right)^2}{6H_j^2} & -\frac{2\left(H_j-\eta_{\Gamma^+}\right)^3}{6H_j^2} & 0 \\ \frac{\eta_{\Gamma^+}^2\left(3H_j-2\eta_{\Gamma^+}\right)}{6H_j^2} & \frac{2\eta_{\Gamma^+}^3}{6H_j^2} & 0 & \frac{2\eta_{\Gamma^+}^3}{6H_j^2} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} U_j \\ U_{j+1} \\ \hat{U}_j \\ \hat{U}_{j+1} \end{Bmatrix} = -\rho_j \begin{Bmatrix} \frac{H_j}{2} \\ \frac{H_j}{2} \\ \frac{\left(H_j-\eta_{\Gamma^+}\right)^2}{2H_j} \\ \frac{\eta_{\Gamma^+}^2}{2H_j} \end{Bmatrix}\ddot{U}_g + \begin{Bmatrix} -U_{\tau,j} \\ U_{\tau,j+1} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{H_j-\eta_{\Gamma^+}}{H_j}f^+ \\ \frac{\eta_{\Gamma^+}}{H_j}f^- \end{Bmatrix} \quad (2)$$

上式を他の通常要素で得られる要素剛性マトリクス等と足し合わせることで，振動数 ω_s における全体剛性方程式が得られる．

３．解析結果

解析コードの妥当性を検証するために，**図-4** に示す解析モデルに対して，**図-5** に示す平成 15 年十勝沖地震の地震波形を用いて解析を実施した．解析に用いた物性値は，単位体積重量 $\gamma = 18\text{kN/m}^3$，初期せん断剛性 $G_0 = 47\text{MPa}$，減衰定数 $h = 5\%$，内部摩擦角 $\phi = 35^\circ$，粘着力 $c = 5\text{kPa}$，せん断強度パラメータ 0.2 である．解析結果を**図-6** に示す．**図-6** の上図は，十勝沖地震の加速度を 1 倍とした節点 4 と節点 5 の時刻歴変位である．**図-6** 上図に示す通り，両節点間の変位差は殆ど見られない．これは，この入力加速度では荷重レベル小さいため，すべり面でのすべりが小さいからである．一方，同じ地震波形で加速度を 10 倍にした解析結果を**図-6** の下図に示す．**図-6** 下図に示すように，節点 4 と節点 5 の変位挙動は大きく異なっている．これは，物体がすべり面を境に分離しているために生じた結果である．すなわち，二つの物体を重ねた状態で，その下側を振動させた場合，上側の物体が大きく揺れるという現象が生じている．**図-7** に 20 秒ごとと入力加速度の最大，最小時の節点変位（加速度 1 倍）を示す．**図-7** に示すように，入力加速度が小さい時間では全体的な変形は小さく，すべり面のすべり量も少ない．一方，入力加速度の大きい最大，最小加速度入力時や 40 秒経過時は，すべり面で比較的大きなすべり量を生じているのが見て取れる．

以上に示す挙動は，すべり面を有する物体に，下方から振動が伝わった時の挙動として妥当であると考えられるため，解析コードの実装は理論通りであるといえる．

４．おわりに

本稿では，すべり量を表す付加自由度を用いて，1 次元の等価線形解析の定式化を行い，開発した解析コードの確認を行った．今後は本手法を 2 次元に拡張し，盛土の地震時残留変形解析へと応用していく．

参考文献 1) T.Shimbo, Development and application of a dynamic XFEM for the seismic residual displacement analysis of an embankment, Soils and Foundations, Vol.57(3), 2017.

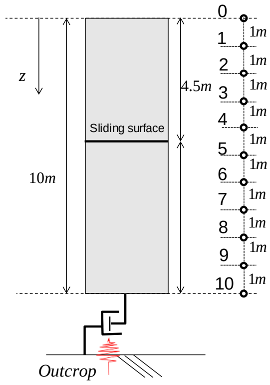


図-4　解析に用いた地盤モデル

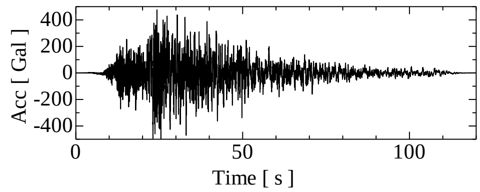


図-5　地震波形(十勝沖地震)

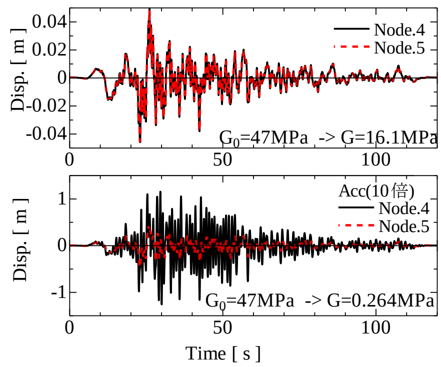


図-6　節点 4，節点 5 の時刻歴変位

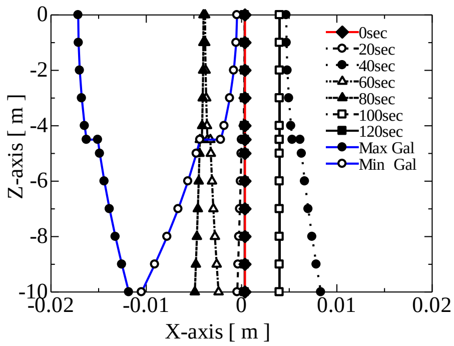


図-7　時刻歴変位分布