

## 軌道状態が通り変位軸力推定法に及ぼす影響

新潟大学大学院自然科学研究科  
新潟大学工学部  
東日本旅客鉄道株式会社  
新潟大学工学部

学生員 佐藤拓郎  
正会員 阿部 和久  
正会員 小松佳弘  
正会員 紅露 一寛

## 1. はじめに

鉄道におけるロングレール軌道は定尺レールに比べ大きな軸力が作用するため、道床横抵抗力と軸力は維持管理上重要な指標となっている。しかし、従来の軸力測定法は多くの労力を必要とし、頻度と間隔には制約が伴う。一方、本研究では、在来線の営業車両に搭載された検測装置による通り変位の計測データを活用した高頻度軸力測定法の開発を試みている<sup>1)</sup>。これにより、理論モデルを対象とする限り、原理的には通り変位からレール軸力と道床横抵抗力とが推定可能である。しかし、推定法の基本となる数値モデルと実際の軌道とは相違点が存在する。例えば、理論では道床横抵抗力分布は連続的であり、その剛性は全て等しく線形であると仮定している。一方、実際の軌道条件は、まくらぎを介して離散的に作用し、非線形性を有し、剛性も一様ではない。また、理論ではレールを Euler ばりによりモデル化しており、せん断たわみの影響を考慮していない。そこで本研究では、実際の軌道により近い数値モデルにより求めた通り変位を対象に、本推定法を適用し、得られた軸力推定値に軌道条件が及ぼす影響について調べ、本手法の適用可能性について検討する。

## 2. 軌道変位に基づくレール軸力推定法

レールを Euler ばりでモデル化すると、左右レールの初期通り変位和  $w_{RL0}$  が存在する場合の左右レールのつり合い式は次式で与えられる。

$$EIw_{RL}'''' + N(w_{RL}'' + w_{RL0}) = q \quad (1)$$

ここで  $EI$  は曲げ剛性、 $w_{RL}$  は左右レールの弾性変位（たわみ）の和、 $N$  は軸力（圧縮を正）、 $q$  は道床横抵抗力分布である。

一方、軸力が  $N+\Delta N$  でのつり合い式は次式で与えられる。

$$EI(w_{RL}'''' + \Delta w_{RL}''') + (N + \Delta N)(w_{RL}'' + \Delta w_{RL}'' + w_{RL0}'') = q + \Delta q \quad (2)$$

これらの式より、道床横抵抗力増分  $\Delta q$  をレール変位増分  $\Delta w_{RL}$  と道床横接線剛性  $k_T$  との積 ( $\Delta q = -k_T \Delta w_{RL}$ ) として表すと次式を得る。

$$EI\Delta w_{RL}'''' + (N + \Delta N)\Delta w_{RL}'' + \Delta N(w_{RL}'' + w_{RL0}'') + k_T \Delta w_{RL} = 0 \quad (3)$$

$w_{RL} + w_{RL0}$  は全通り変位量であるので、測定可能である。同様に  $\Delta w_{RL}$  は変位増分なので連続する測定データの差分で評価できる。ここでは、レール変位がそれほど大きくない状態を対象とするものとして、道床横抵抗力とレール変位との関係はほぼ線形と仮定している。すると接線剛性  $k_T$  は、定数として近似できる。この仮定の下、式 (3) を軌道長手方向に Fourier 変換すると次式を得る。

$$\{EI k^4 - (N + \Delta N)k^2 + k_T\} \Delta \hat{w}_{RL} = \Delta N k^2 (\hat{w}_{RL} + \hat{w}_{RL0}) \quad (4)$$

ここで、 $\hat{w}_{RL}$  は変位の Fourier 変換、 $k$  は波数である。式 (4) を変形して次式を得る。

$$k^2 \frac{\hat{w}_{RL} + \hat{w}_{RL0}}{\Delta \hat{w}_{RL}} = \frac{1}{\Delta N} \{EI k^4 - (N + \Delta N)k^2 + k_T\} \quad (5)$$

式 (5) の左辺は測定データより求めることができる。その 4 次関数近似により右辺の係数を得る。すると、絶対軸力  $N + \Delta N$  を求めることができる。

## 3. 軌道の数値モデル

50kgN レールを想定し、左右レールは等間隔にまくらぎによって離散支持された微小変位 Timoshenko ばりとしてモデル化した。左右レールに Gauss 分布に従う初期通り変位を設定し、軸力を受ける軌道の水平変位解析を行った。さらに、道床からまくらぎに作用する道床横抵抗力  $f$  は、一般に図 1 に示すような非線形性を有しており、それを次式<sup>2)</sup>により設定する。

$$f = f_0 \frac{u}{a + |u|} \quad (6)$$

ここで、 $u$  はまくらぎ横変位、 $f_0$  は最終道床横抵抗力、 $a$  は  $f = f_0/2$  を与える時のまくらぎ変位である。

また、 $f$  を次式により設定し直し、道床横剛性に変動を与える。

$$f = \frac{f_0 u}{a + |u|} (1 + \delta \sin \frac{2\pi}{\lambda} x) \quad (7)$$

ここで、 $\delta$  は変動を与える sin 波形の平均値からの振幅、 $\lambda$  は波長である。以上のモデル化により、最終的に得られる求解方程式は非線形性を有する。そのため、Newton-Raphson 法を適用して収束解を求める。そしてさまざまな軌道条件

**Key Words:** 通り変位, 軸力, 道床横抵抗力

連絡先: 〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地 TEL: 025(262)7274, FAX: 025(262)7274

において解析を行い  $k^2(\hat{w}_{RL} + \hat{w}_{RL0})/\Delta w_{RL}$  を数値解より求め、式(5)右辺の理論解と比較し、本推定法に軌道条件が及ぼす影響について検討する。

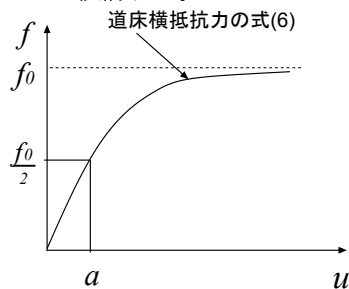


図1 変位-道床横抵抗力の関係

#### 4. 解析条件

数値軌道モデルを表1の条件下で5ケース設定し、理論解と数値解との比較を行った。なお全ての条件で、数値解におけるレールはTimoshenko梁でまくらぎ間隔0.6mの離散まくらぎ支持としてモデル化した。

表1 解析条件

| 条件    | 道床横抵抗力 | 道床横剛性の一様性                          | フィッティング |
|-------|--------|------------------------------------|---------|
| case1 | 線形     | 一様                                 | 無       |
| case2 | 非線形    | 一様                                 | 無       |
| case3 | 線形     | 変動 ( $\delta = 0.5, \lambda = 9$ ) | 無       |
| case4 | 非線形    | 変動 ( $\delta = 0.5, \lambda = 9$ ) | 無       |
| case5 | 非線形    | 変動 ( $\delta = 0.5, \lambda = 9$ ) | 有       |

#### 5. 解析結果

波数  $k \leq 1$  の範囲では、Fourier変換の変動が大きくなるため、 $k \geq 1$  の範囲を検討対象とする。case1、2の条件の解析結果をそれぞれ図2、図3に示す。図2より、case1の条件下では数値解が良好な精度で理論解に一致している。一方、図3よりcase2の条件下では数値解が理論解よりも全体に低い値を示した。この結果より軸力推定法においてEulerばりの連続支持モデルによる近似の影響は無視し得るものの、道床横抵抗力の非線形性は無視できないことがわかる。

次にcase3、4の条件の解析結果をそれぞれ図4、図5に示す。図4よりcase3の条件下では数値解と理論解とはよく一致しており、軸力推定法において道床横剛性の変動の影響は比較的小さいと考えられる。一方、図5よりcase4の条件下では数値解が理論解より低い値を示しており、case2と同様に道床横抵抗力の非線形性が無視し得ないことがわかる。なお、 $\delta$ と $\lambda$ の値を変えて検討を行ったが、同様の傾向が得られた。したがって、道床横剛性のばらつきは無視できると考えられる。

次にcase5の条件の解析結果を図6に示す。case4との違いは4次関数の切片を未知数として、波数  $k \geq 1$  の範囲でフィッティングを行った点である。理論曲線と非線形モデルとの良好な一致を得ることができており、道床横抵抗力に

非線形性が存在していても、その影響は上下方向の平行移動にのみ現れ、したがって絶対軸力は推定可能であると考えられる。

以上より、実際の軌道においても本通り変位軸力推定法は適用可能と考えられる。

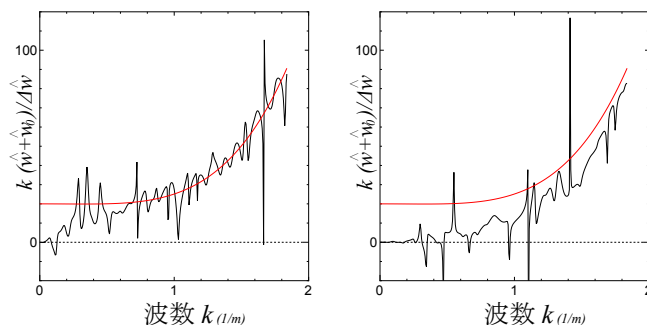


図2 case1 (道床横抵抗力：非線形，道床横剛性：一様) 図3 case2 (道床横抵抗力：非線形，道床横剛性：一様)

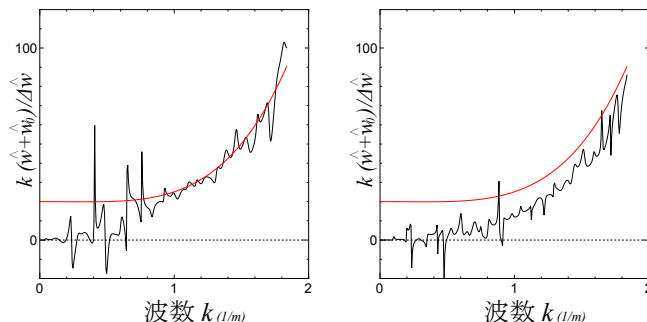


図4 case3(道床横抵抗力：線形，道床横剛性：変動) 図5 case4(道床横抵抗力：非線形，道床横剛性：変動)

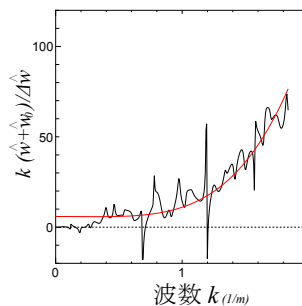


図6 case5(道床横抵抗力の線形性：非線形，道床横剛性の一様性：変動，フィッティング：有)

#### 6. おわりに

本研究では実際の軌道条件に近い数値軌道モデルを用い、得られた軸力推定値に軌道条件が及ぼす影響について調べた。それにより通り変位軸力推定法の実軌道への適用可能性を支持する結果を得た。

#### 参考文献

- 1) 千葉颯兵・阿部和久・小松佳弘・紅露一寛：通り変位測定データに基づく軸力推定法に関する理論的検討，J-Rail2017，CD-ROM,2017.
- 2) 宮井 徹：エネルギー法による軌道座屈の数値解析，鉄道技術研究報告，No.1271,1984.