

## 吊り上げ式レール軸力測定法の省力化に関する一検討

新潟大学大学院自然科学研究科 学生員 遠藤 一彰  
 新潟大学工学部 正会員 阿部 和久  
 新潟大学工学部 正会員 紅露 一寛

### 1. はじめに

ロングレールの軸力測定法として、現在「吊り上げ式測定法(VERSE)<sup>1)</sup>」が実用化されている。当該測定法では図1に示す様に30mにわたりレール締結を解放する必要があり、我国では作業制限に抵触していた。そこで文献2)では、解放区間長について検討し、20mまでは短縮可能との結論を得た。また、文献3)ではさらなる短縮を可能とする測定法について検討した。その結果、解放区間を10m程度まで短縮可能であるとの結論を得た。ただし、この方法では、締結解放区間外の軌道条件を排除するために、吊り上げ位置と解放端近傍の二箇所における曲げモーメントの測定を必要としていた。これは、例えばひずみゲージ貼付を伴うため、さらなる省力化には測定法の改善が必要であった。

なお、近年の計測技術を利用すれば、レールのたわみ形状を高精度、且つ高密度に測定可能と考えられる。そこで本研究では、吊り上げ区間におけるレールたわみ形状の測定を前提として、曲げモーメントの測定を必要とせず、さらなる締結解放区間の短縮を可能とする、新たな吊り上げ式レール軸力測定法を提案する。

### 2. 文献3)の軸力測定法

VERSEは、緩解部以外の軌道状態(締結剛性、まくらぎ重量、道床剛性など)の影響を排除するために最低20mの締結解放を必要とするが、20mより短く設定すると所定の精度確保が困難となる。文献3)ではこの問題点を解決し得る方法として、次の手法を提案した。

図2に示すような状態を考える。ある区間 $L$ で締結装置を解放し、中央部を力 $P$ で吊り上げる。対称性から図2では右半分のみ示している。解放区間の吊り上げ位置 $A$ 点および左端付近 $B$ 点での曲げモーメントを $M_A$ および $M_B$ 、 $AB$ 間距離を $l$ 、 $AB$ 点間の相対吊り上げ量を $y_{AB}$ 、レールの単位長さ当たりの質量を $m$ 、重力加速度を $g$ とする。点 $B$ におけるモーメントのつり合い式をとり、引張軸力 $N$ について解くと次式が得られる。

$$N = \frac{1}{y_{AB}} \left( M_A - M_B + \frac{Pl}{2} - \frac{mgl^2}{2} \right) \quad (1)$$

式(1)において、吊り上げ力 $P$ 、曲げモーメント $M_A$ 、 $M_B$ 、および相対たわみ量 $y$ は測定データとして与えられる。よって、式(1)右辺に軌道状態に関する不確定量は存在せず、原理的には緩解長に制限はない。そのため、解放区間長の短縮が期

待される。

レールは50kgNレール及び60kgレール、作用する引張軸力は最大500kNを想定し、吊り上げによるレールの塑性変形を考慮した上で数値解析を行った結果、各軸力、レールのもと、相対たわみ $y_{AB}$ を10cmとした場合には13.2m程度、5cmとした場合には8.4mまで締結装置解放区間を短縮できることが分かった。

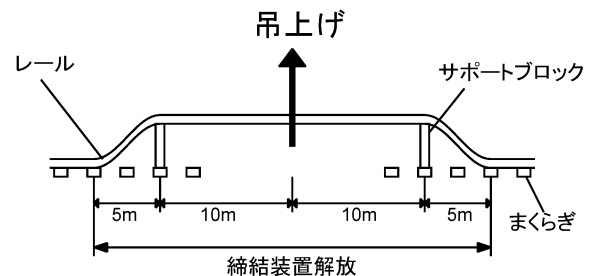


図1 VERSEの概要

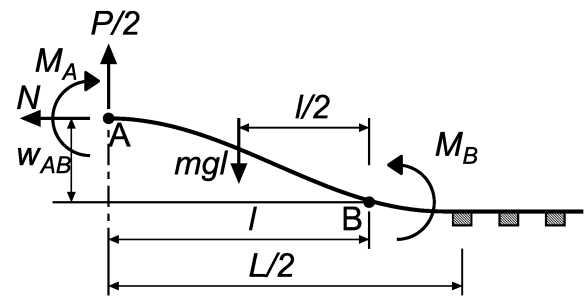


図2 文献3)での検討手法の概要

### 3. たわみ形状に基づく軸力推定法の提案

文献3)による軸力測定法では、2箇所の曲げモーメントを測定する必要があった。例えば曲げモーメントをひずみゲージにより算出する方法では、ゲージの貼付作業が軸力測定の効率を下げる要因となることが考えられる。そこで本研究では、以下に示す様に、曲げモーメントを測定せずなたわみ形状を測定することで軸力を推定する方法について検討した。

#### (1) 軸力推定法

図3のような状態を考える。吊り上げ位置から水平距離 $x$ における曲げモーメント $M_x$ は、 $y_A$ を吊り上げ位置でのたわみ量とすると次式で与えられる。

$$M_x = M_A + \frac{P}{2}x - \frac{mg}{2}x^2 - N(y_A - y(x)) \quad (2)$$

ここで図3のようにたわみ  $y$  を上向きにとると,  $y$  と  $M_x$  には, 曲げ剛性を  $EI$  として次の関係が成り立つ.

$$y''(x) = \frac{M_x}{EI} \quad (3)$$

式(2)に(3)を代入し,  $z = y(x) - y_A$ ,  $\bar{N} = N/EI$ ,  $\bar{P} = P/EI$ ,  $\bar{M}_A = M_A/EI$ ,  $\bar{m}g = mg/EI$  とおくと, 次式を得る.

$$z'' = \bar{N}z + \frac{\bar{P}}{2}x - \frac{\bar{m}g}{2}x^2 + \bar{M}_A \quad (4)$$

これを解くと次式が求められる.

$$z = \left(\frac{\bar{m}g}{\bar{N}^2} - \frac{\bar{M}_A}{\bar{N}}\right) (1 - \cosh\sqrt{\bar{N}}x) + \frac{\bar{m}g}{2\bar{N}}x^2 + \frac{\bar{P}}{2\bar{N}} \left(\frac{1}{\sqrt{\bar{N}}}\sinh\sqrt{\bar{N}}x - x\right) \quad (5)$$

レールに沿ったたわみの測定データ  $z_i$  より未知量  $M_A, N$  を求めることを考える. なお,  $z_i$  には誤差が含まれているので, 次の誤差二乗和  $e$  を定義する.

$$e = \sum_i \{z(x_i) - z_i\}^2 \quad (6)$$

この誤差二乗和  $e$  を最小にする  $M_A, N$  を準ニュートン法により求める.

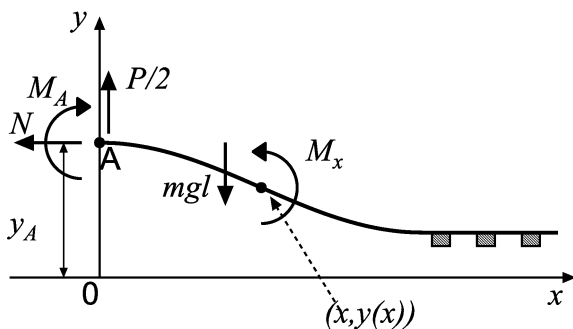


図3 検討手法の概要

(2) 準ニュートン法

準ニュートン法による目的関数  $e$  の最小点探索法について述べる. 変数ベクトル  $\mathbf{x}$  の第  $k$  近似を  $\mathbf{x}_k$  として, その近傍で  $e$  をテイラー展開すると次式を得る.

$$e(\mathbf{x}_k + \Delta\mathbf{x}) = e(\mathbf{x}_k) + \nabla e(\mathbf{x}_k)\Delta\mathbf{x} + \frac{1}{2}\Delta\mathbf{x}^T H_k \Delta\mathbf{x} \quad (7)$$

ここで  $H_k$  は  $e$  の  $\mathbf{x}_k$  におけるヘッセ行列である. 最小点の条件は  $\partial e / \partial \mathbf{x} = 0$  であるので, 式(1)より次の近似を得る.

$$\Delta\mathbf{x} = -[H^k]^{-1} \nabla e(\mathbf{x}_k) \quad (8)$$

式(8)によって  $\mathbf{x}$  の修正を求め, 目的関数  $e$  の最小点探索を行う. 本研究では,  $[H^k]$  を BFGS 法により効率的に求めるものとし, さらに  $\Delta\mathbf{x}$  を適切に設定するために Armijo のレールを設定した<sup>4)</sup>.

表1 軸力推定結果

	$\Delta x$					
	10(cm)		1(cm)		0.5(cm)	
$L(m)$	$n$	$N$	$n$	$N$	$n$	$N$
8.4	43	176.7	421	182.3	841	213.7
7.2	37	186.7	361	187.9	721	192.6
6.0	31	204.4	301	205.3	601	203.1
4.8	25	217.5	241	223.7	481	221.0
3.6	19	251.2	181	257.5	361	266.4

(3) 結果に関する検討

本項では上述の手法による軸力の評価が適切になされているかについて検討する.

レールは 50kgN レールとし, 引張軸力  $N=200kN$  と設定した. 観測データ  $z_i$  の測定間隔  $\Delta x$  は 10cm, 1cm, 0.5cm と設定した. 解放区間長  $L$  は, 文献<sup>3)</sup>で検討した最小の 8.4m から, 1.2m 間隔で短縮した. 測定誤差はホワイトノイズで与えた. ここで, たわみの測定精度は測定方法により異なるが, 1mm の精度で測定された場合を仮定し, 標準偏差を 1mm とした.

解析結果を表1に示す.  $n$  は測定データ数,  $N$  は推定軸力 (kN) である. 表3から,  $L=4.8m$  までは概ね良好な精度で軸力推定がなされており,  $L=3.6m$  以下で誤差が大きくなっている. このことから, 解放区間長を 4.8m 程度まで短縮可能であると期待される.

4. おわりに

吊り上げ式レール軸力測定法におけるレールの締結装置解放区間をどの程度短縮できるかを検討した. 具体的には, レールに沿ってたわみ形状を測定し, カーブフィッティングを行うことで軸力を推定する手法について検討した. その結果, 解放区間長を 4.8m 程度まで短縮可能となることが分かった.

今後は, たわみの観測点数及び観測点間隔  $\Delta x$  について調べ, 本手法の適用範囲等についてより詳細に検討する.

参考文献

- 1) Vortok International : An Operator's Guide to VERSE - A non-destructive Method of Stress Free Temperature (SFT) Measurement United Kingdom Version, 2000.8.
- 2) 田中洋介, 阿部和久, 元好 茂: 吊り上げ式レール軸力測定法に関する解析的検討, 鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.15, pp.112-119, 2011.
- 3) 遠藤一彰, 阿部和久, 紅露一寛: 吊り上げ式レール軸力測定法の改善に関する一検討, 鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.21, pp.75-81, 2017.
- 4) Bonnans, J.F., et al.: Numerical Optimization (2nd Ed.), Capt.4 and 5, Springer, 2006.