都心形成メカニズムを考慮した応用都市経済モデルの開発

金沢大学 大学院自然科学研究科　学生会員　○ 中村 孝一
金沢大学　正会員　高山 雄貴

1. はじめに

都市における交通整備事業等の政策の長期的効果を適切に把握するためには，“土地利用と交通の相互依存関係” を考慮することが重要となる．これは，土地利用の変化が交通需要パターンを変化させ，その交通需要の変化がさらに土地利用パターンに影響を与えるためである．この土地利用と交通の相互依存関係を考慮し，かつ，ミクロ経済理論と整合的な政策評価手法として，応用都市経済モデル（以下，CUE モデル）の開発が進められた [1]．

しかし，石倉ら [2] が指摘しているように，これまで開発されてきた CUE モデルの殆どは，経済活動が集中することによる外部不経済 (e.g., 交通渋滞) が考慮されている一方で，外部経済，すなわち集積の経済は考慮されていない．それゆえ，都心の内生的形成・崩壊 (e.g., 都心の郊外化，中心市街地の衰退) 現象を説明できないという限界がある．

一方，都市経済学分野では，都心の内生的形成・崩壊メカニズムを明らかにするために，集積の経済を考慮したモデルが数多く構築されてきた．そして，住宅立地と企業立地が相互に関連していることに着目したモデル [3] 等により，多様な形態の都心が均衡状態となるメカニズムの一端が明らかにされている．さらに，中村・高山 [4] は，ポテンシャルゲームの性質を利用した分析により，安定的な均衡状態の特性 (i.e., 都心の形成・崩壊特性) を明らかにすることに成功している．しかし，これらの知見を CUE モデルに応用する試みは，未だなされていない．

そこで，本研究では，集積の経済を考慮した CUE モデルの開発を目的とする．さらに，ポテンシャルゲームの特性を利用した効率的な数値解析手法により，仮想的な設定の下で，開発したモデルの特性を示す．

2. 都心形成メカニズムを考慮した応用都市経済モデル

(1) 都市内の状況設定

本モデルでは，離散的な K 箇所の立地点が線分上に並ぶ都市を考える．各立地点の面積は 1，隣接する立地点間の距離は d であると仮定する．この都市には，立地主体である家計と企業に加え，それらに床面積を供給するデベロッパーが存在する．

家計は，都市全体に固定的に N 存在する．立地点 $a \in \mathcal{I} \equiv \{1, 2, ..., K\}$ に居住し，立地点 $i \in \mathcal{I}$ に通勤する家計数を n_{ai} と表す．このとき，立地点 a の総家計数 N_a は，立地点 a に居住する家計数の合計（i.e., $N_a = \sum_{i \in \mathcal{I}} n_{ai}$）で表される．

家計は合成財・床面積の消費量に応じた効用を得る．ただし，Fujita and Ogawa[3] と同様，家計が消費する床面積は固定的に s^{H} であると仮定する．したがって，立地点 $a \in \mathcal{I}$ に居住し，立地点 $i \in \mathcal{I}$ の企業に務める家計の効用水準は，その合成財消費量 z_{ai} に応じて定まる．合成財の価格を 1 に基準化すると，家計の財消費に関する効用最大化行動は，次のように表される:

$$\max_{z_{ai}} u(z_{ai}) \qquad \text{s.t.} \quad w_i = z_{ai} + r_a s^{\mathrm{H}} + t d_{ai} \tag{1}$$

ここで，w_i は勤務先 i で稼いだ所得，r_a は立地点 a の地代，t は単位距離あたりの通勤費用，$d_{ai} = |a - i|d$ は立地点 a から i の距離である．

本稿では，1 単位の家計が 1 企業で働くように企業数の単位を基準化する．このとき，立地点 i の企業数 M_i は，立地点 i に通勤する家計数と一致する（i.e., $M_i = \sum_{a \in \mathcal{I}} n_{ai}$）．

企業は，参入や撤退が自由であり，完全競争下で財を生産する．財の生産には，s^{F} 単位の床面積と 1 単位の労働を投入する必要があり，その生産額は都市内の他企業とのコミュニケーション水準に応じて定まると仮定する．このとき，立地点 i の企業の利潤 π_i は次のように与えられる:

$$\pi_i = F_i(\boldsymbol{M}) - r_i s^{\mathrm{F}} - w_i \tag{2}$$

ここで，$F_i(\boldsymbol{M}) = \alpha \sum_{j \in \mathcal{I}} \phi^{|i-j|} M_j$ は立地点 i の企業の生産額を表し，多くの企業が近接して立地し，コミュニケーションが容易になるほど高くなることを示す．本モデルでは，このコミュニケーション外部性により，集積の経済を導入している．また，$\alpha(> 0)$ はパラメータ，$\phi \in (0, 1)$ は隣接する立地点間での企業間コミュニケーションの自由度である．ϕ が高くなることは，異なる立地点間の企業同士のコミュニケーションが容易になることを意味する．

デベロッパーは，各立地点で不在地主から借りた単位面積の土地を開発し，完全競争のもとで床面積を家計と企業に供給する．土地の単位面積あたりの開発費用は，立地点 i で供給する床面積 y_i の関数 $\beta(y_i)^2$ で表されると仮定する．ここで，$\beta(> 0)$ はパラメータである．以上の仮定のもとで，デベロッパーは利潤 π_i^{d} を最大化する立地点 i の床面積の供

キーワード: 集積の経済，応用都市経済モデル，ポテンシャル関数，安定性
連絡先: 〒 920-1192 石川県金沢市角間町　Tel 076-234-4915

給量 y_i を選択する:

$$\max_{y_i} \pi_i^{\mathrm{d}} = r_i y_i - \beta(y_i)^2 - R_i \tag{3}$$

ここで，R_i はデベロッパーが不在地主に支払う立地点 i の単位面積あたりの土地に対する地代である．

(2) 立地均衡条件

家計は合成財消費量 z_{ai} (効用 $u(z_{ai})$) が最大となる居住地 a，勤務地 i を選択する．家計の効用最大化行動, 生産者の利潤最大化行動, デベロッパーの利潤最大化行動と上記の仮定を用いると, 家計の合成財消費量は次式で表される:

$$\begin{aligned} z_{a,i}(\mathbf{n}) = F_i(\mathbf{M}) - 2s^F\beta(s^H N_i + s^F M_i) \\ -2s^H\beta(s^H N_a + s^F M_a) - td_{ai} \end{aligned} \tag{4}$$

(4) 式より, 合成財消費量は n_{ai} の関数で表すことができる. また, 本モデルの均衡状態は, 以下の条件を満たすように定義する:

$$\begin{cases} z^* - z_{a,i}(\mathbf{n}) = 0 & \text{if} \quad n_{ai} > 0 \\ z^* - z_{a,i}(\mathbf{n}) \geq 0 & \text{if} \quad n_{ai} = 0 \end{cases} \tag{5a}$$

$$\sum_{a\in\mathcal{I}}\sum_{i\in\mathcal{I}} n_{ai} = N \tag{5b}$$

(3) 安定均衡状態

本研究では集積の経済を考慮していることから，立地均衡条件 (5) を満足する均衡状態が複数存在しうる．そこで，構築したモデルにポテンシャル関数が存在し，その性質を利用することで均衡状態の安定性が確認できることを示す．

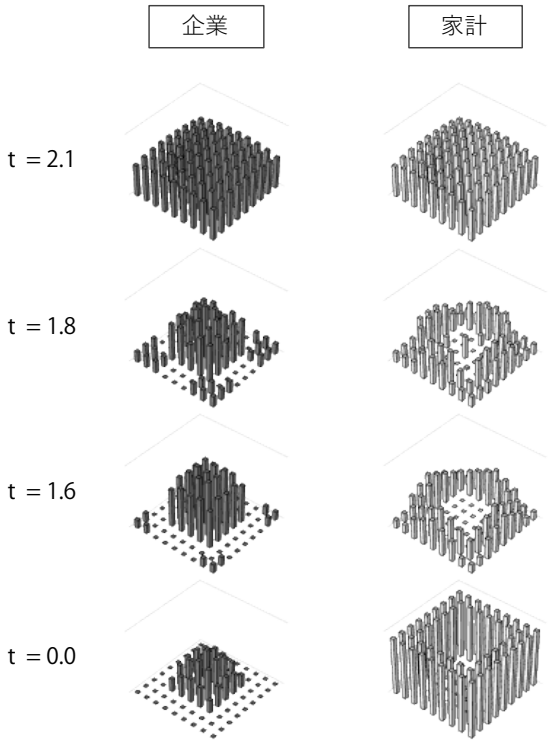
関数 $P(\boldsymbol{n})$ が (5b) と非負条件 ($n_{ai} \geq 0\ \forall a, i \in \mathcal{I}$) を満たす任意の $\boldsymbol{n}$ に対して次の条件を満たせば，その関数はポテンシャル関数である: $\frac{\partial P(\boldsymbol{n})}{\partial n_{ai}} = z_{ai}(\boldsymbol{n})$．本稿で構築したモデルには，この条件を満足する関数 $P(\boldsymbol{n})$ が存在する:

$$\begin{aligned} P(\boldsymbol{n}) = \frac{1}{2}\sum_{i\in\mathcal{I}} F_i(\boldsymbol{M})M_i - t\sum_{a\in\mathcal{I}}\sum_{i\in\mathcal{I}} d_{ai}n_{ai} \\ -\beta s^{\mathrm{H}}\sum_{a\in\mathcal{I}}\left(s^{\mathrm{H}}N_a + s^{\mathrm{F}}M_a\right)N_a \\ -\beta s^{\mathrm{F}}\sum_{i\in\mathcal{I}}\left(s^{\mathrm{H}}N_i + s^{\mathrm{F}}M_i\right)M_i \end{aligned} \tag{6}$$

進化ゲーム理論分野でよく知られているように，ポテンシャル関数を局所的に最大化する状態 $\boldsymbol{n}^*$ は，幅広い調整ダイナミクスの下で (局所的) 安定均衡状態であり，それ以外は不安定均衡状態である．したがって，均衡状態の安定性はポテンシャル関数 $P(\boldsymbol{n})$ の形状のみで確認できる．

3. 数値解析ー9×9 地点モデルの解析ー

本章では，開発したモデルの特性を把握するために，仮想的な状況下でのモデル特性を調べる．具体的には，9×9 の立地点が存在する二次元空間において，通勤費用パラメータ t の変化が安定均衡状態に与える影響を調べる．なお，一般に大規模モデル (本章では 81^2 未知変数) の安定均衡状態の解析には困難が伴うものの，本研究ではポテンシャル関数最大化問題を数値的に解くことで大幅な計算効率の向上を図る．また，ここではパラメータを $N = 100$, $\alpha = 1.0$, $\beta = 1.0$, $s^{\mathrm{H}} = s^{\mathrm{F}} = 1.0$, $\phi = 0.5$ と設定した．



図–1 数値解析結果

図-1 より，通勤費用の低下に伴い，分散立地していた企業が 5 箇所に集積した後, 1 箇所に集中していくことがわかる．これは，都市内の都心の位置・規模が通勤費用の変化により変化 (i.e., 都心が形成・崩壊) する様子を表現できていると考えることができる．

4. おわりに

本研究では，企業と家計の立地選択に関する相互作用を考慮した CUE モデルを開発した．そして，仮想的な設定の下でモデルの特性を確認し，都心の内生的形成・崩壊現象を表現できることを確認した．

今後は，実都市のデータを用いてモデルのパラメータ推定・キャリブレーションを行い，仮想的な政策の効果を検証する．その具体的な内容・結果は発表会にて報告する予定である．

参考文献

1) 上田孝行, 石川良文, 小池淳司, 石倉智樹, 小林優輔, 山崎清, 武藤慎一: Excel で学ぶ地域・都市経済分析, コロナ社, 2010.
2) 石倉智樹，藤井修平，辻裕之: 集積外部性と建物床市場を考慮した応用都市経済モデル, 土木学会論文集 D3（土木計画学）, Vol.73，No.5, pp.95–103, 2017.
3) Fujita, M. and Ogawa, H.: Multiple equilibria and structural transition of non-monocentric urban configurations, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 12, No. 2, pp. 161–196, 1982.
4) 中村孝一，高山雄貴: 企業と家計の相互作用を考慮した都心形成モデルの安定性解析，第 56 回土木計画学研究講演集, 2017.