斜面の 2 次元静的 FEM 解析における境界の半無限性が地盤応力に与える影響検討(その 1)

地震工学研究所　正会員　○大島　快仁
地震工学研究所　正会員　細尾　敦
地震工学研究所　正会員　宇高　竹和

1. はじめに

2 次元有限要素法（FEM）を用いて，岩盤等の斜面の常時応力解析または静的震度解析を実施する場合に，一般的な境界条件として，側方には水平または鉛直ローラー境界などが使用され，底面は固定境界が使用されてきた。しかしながら，そのモデル化範囲（境界の設置位置）が地盤応力に与える影響については，あまり議論されておらず，技術者の経験にゆだねられることが多い。その一つの解決策として，考えられるのが，半無限性を考慮した境界が挙げられる。すでに動的な解析においては多く用いられ，最近の研究[1, 2]では静的解析においてもエネルギー伝達境界を使用することにより側方の半無限性は考慮することが可能である。一方，モデル底面の固定境界の設置場所についての判断には，技術者の経験に頼らざるを得ないのが現状である。本研究では，FEM モデルを使用して，斜面の FEM モデルに半無限境界を適用した場合の地盤応力に与える影響を検討した。

2. 半無限弾性体の理論解

斜面地盤の応力状態を把握するために，図 1 に示すように，斜面の下部地盤を均一な非圧縮弾性体に理想化し，下部地盤に作用する斜面荷重を分布荷重に置き換えて，理論解により地盤応力を考察した。

図 2 に地盤を非圧縮性弾性体と仮定し，典型的な半無限地盤の表面に集中荷重が作用した場合を示した。式(1)と式(2)は水平に荷重 Q または鉛直に荷重 P が作用した場合の任意点 A における地盤内応力の理論値[3] を示した。

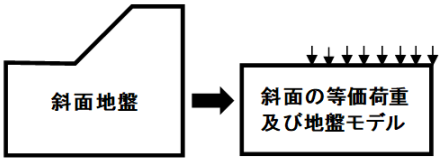


図 1　斜面地盤のモデル化

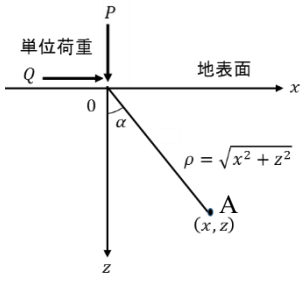


図 2　半無限地盤の地表荷重

＜水平荷重＞

$$\left.\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{2Q}{\pi\rho}\sin^3\alpha \\ \sigma_Z &= \frac{Q}{\pi\rho}\cos\alpha\sin 2\alpha \\ \tau_{xz} &= \frac{Q}{\pi\rho}\sin\alpha\sin 2\alpha\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

＜鉛直荷重＞

$$\left.\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{P}{\pi\rho}\sin\alpha\sin 2\alpha \\ \sigma_z &= \frac{2P}{\pi\rho}\cos^3\alpha \\ \tau_{xz} &= \frac{P}{\pi\rho}\cos\alpha\sin 2\alpha\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

水平または鉛直荷重が図 2 の原点から x 方向に無限大に作用した場合の x=0 における地盤応力は式(1)と式(2)を x に関して 0 から∞に積分することにより得られる。その結果，理論的には水平荷重の σ_x 以外は深さ方向に依存しない一定値となり，以下の値に収束する(式(3)と式(4)参照)。これは，境界の半無限性を考慮した場合に，水平荷重の σ_x 以外は，ある解に収束するが，水平荷重による σ_x に関しては，地盤応力が無限大になることを示している(式(3)と式(4)において P および Q は単位分布荷重を表している)。

水平荷重に関しては

$$\sigma_x = \infty, \quad \sigma_z = \frac{Q}{\pi}, \quad \tau_{xz} = \frac{Q}{2} \quad (3)$$

鉛直荷重に関しては

$$\sigma_x = \frac{P}{2}, \quad \sigma_z = \frac{P}{2}, \quad \tau_{xz} = \frac{P}{\pi} \quad (4)$$

3. 解析概要

底面深さが地盤応力に与える影響を把握するために FEM モデルによる検討を実施する。

3.1 モデル化概要

モデルは，図 3 に示すように不規則領域（FEM 部）の左右の側方に自由地盤を設け，エネルギー伝達境界とし，側方境界の半無限性を考慮することとした。自由地盤は FEM モデルの側方から左右に半無限に続く水平成層地盤を意味する。

地盤の剛性は均一剛性として，ポアソン比は 0.35 とした。

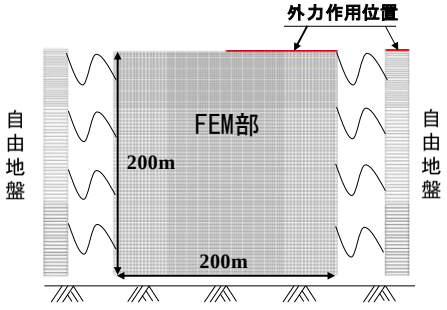


図 3　典型的な検討用モデル（基本モデル）

キーワード　静的解析，エネルギー伝達境界，ローラー境界，半無限地盤，自由地盤，有限要素法
連絡先　〒160-0004　東京都新宿区四谷 4 丁目 27 番 2 号 新宿 Y ビル 3 階　（株）地震工学研究所　ＴＥＬ03-3226-8733

3.2 底面の境界

底面の境界条件は固定境界とするが，底面の境界条件の設置位置 0.0m から 100km まで 10 段階に変化させることにより各々の応力の比較を行った。

3.3 外力

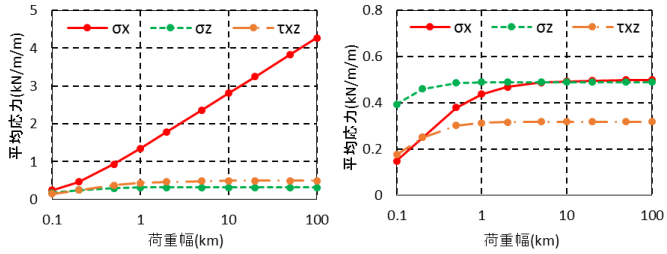
外力として，水平と鉛直方向に Q=1.0(kN/m^2)及び P=1.0(kN/m^2)の単位分布荷重を想定してモデルの中央から右方向に無限大の位置まで与えた。

4. 理論解および解析結果

最初に半無限の地盤での，荷重幅による地盤内応力を理論解式(1)と式(2)を使用して計算した。荷重幅 0.1km から 100km まで変化させた応力(x=0 における地盤の平均応力)の変化を図 4 に示した。図 4 から水平荷重による応力 σ_x 以外は一定値に収束しているのが明らかである。有限幅による荷重は従来の解析モデルのローラーの設置位置の倍の荷重幅の解析と等価であり，無限幅の応答はエネルギー伝達境界を境界条件に使用した応答と等価と考えられる。基本的には荷重幅が 1.0km までは応力に大きく影響する。

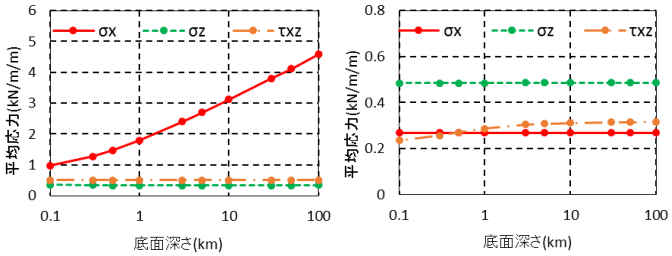
更に図 3 のモデルを使用して FEM 解析により底面の剛体基盤の位置による応力変化について検討を行った。図 5 にモデル底面の位置を横軸とした応力の変化を示し，図 6 に代表的な底面深さでの応力コンタを示した。

図 5 より，理論的な検討と同様に，水平荷重による σ_x は深くなるにつれて発散することが確認でき，図 6 より，応力分布は底面の設置位置に影響されることが認められた。



(a)水平荷重　(b)鉛直荷重

図 4　半無限地盤の荷重幅による応力の変化



(a)水平荷重　(b)鉛直荷重

図 5　モデル底面の深さによる応力の変化

5. まとめ

斜面地盤の 2 次元静的 FEM 解析を実施する上で，どの領域までをモデル化するかは非常に重要なパラメータであるが，その判断は難しい場合が多い。一つの解決策として，境界の半無限性を考慮することが考えられる。

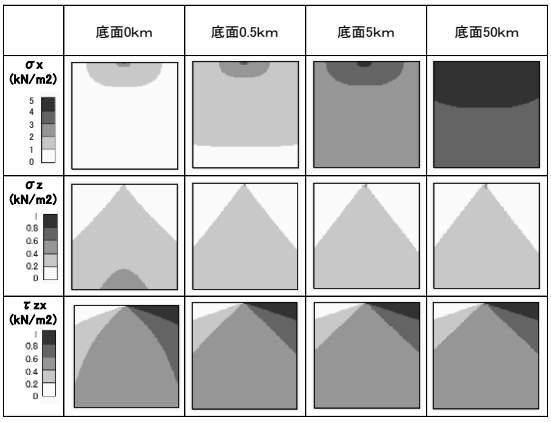
地盤を均一な連続体と仮定し，境界の半無限性を考慮した場合の考察を以下に示す。

・側方境界に関しては，エネルギー伝達境界を用いることで，半無限性を考慮することが可能である。

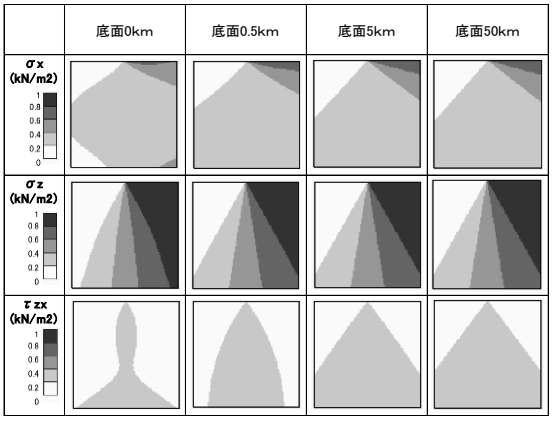
・鉛直方向の荷重に関しては，ある解に収束し，半無限性を考慮した場合の，地盤内応力を算定することが理論上は可能である。

・水平方向の荷重に関しては，水平直応力 σ_x が無限大に発散し，半無限性を考慮した場合は解を得ることが出来ない。

上述の考察を踏まえ，結論として，実務上の解析を行うに当たってモデル化範囲を特定できない場合，側方境界に関しては，背後斜面すべてをモデル化することは不可能であるため，安全側の判断としては，半無限性を考慮することが可能なエネルギー伝達境界を用いることが望ましい。底面深さに関しては，工学的に剛体と判断できる基盤深さまでモデル化することが望ましいと考えるが，今後より現実的なモデルにおける検討が必要である。



(a)水平荷重



(b)鉛直荷重

図 6　底面深さによる応力の分布状況の検討

参考文献

1) Lysmer, J. and Drake, L.A.: A Finite Element Method for Seismology, Method of Computational Physics, Volume II, Academic Press, 1972.

2) 宇高竹和，大島快仁：2 次元 FEM を使用した静的解析の境界条件について－エネルギー伝達境界の静的解析への応用，地盤工学ジャーナル，No.12, No.3，pp.363-374，2017.

3) 最上武雄：土質力学，技報堂出版，pp.250-261，1969.