

多相多孔質体モデルの定式化について

京都大学 フェロー会員 ○岡二三生
京都大学 正会員 木元小百合

1. はじめに

水で飽和した地盤材料には Terzaghi の有効応力や Biot 係数を含む有効応力が用いられている。一方、不飽和土にはネット応力、一般化 Bishop 応力や骨格応力などが使用されている。本報告では、Biot の 2 相系の理論²⁾と 3 相系に拡張した理論を用いて、多相多孔質モデルでの Biot 係数を含む有効応力、骨格応力の定式化について述べる。ここでは簡単のため線形化弾性モデルについて取り扱うが非弾性体についても適用できる。

2. 各種体積と体積ひずみ

各体積から、各種体積ひずみ増分が求められる。

$$\begin{aligned} de_b &= d\varepsilon_{kk}^s = dV_b/V_b, de_f = d\varepsilon_{kk}^f = dV_f/V_f, de_h = d\varepsilon_{kk}^g = dV_g/V_g, de_p = dV_p/V_p \\ de_s &= dV_s/V_s, de_w = dV_w/V_w, de_a = dV_a/V_a, V_b = V_s/(1-n), V_f = V_w/nS_r, V_g = V_a/n(1-S_r) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 V_s は固相物質の体積、 V_w は間隙水の体積、 V_a は間隙空気の体積、 n は間隙率、 V_b は固相骨格の（見かけ）の体積、 V_f は液相の体積、 V_g は気相の体積、 S_r は飽和度である。また、 e_p は間隙のひずみ、 e_s は固体（土粒子）のひずみ、 e_w は液体のひずみ、 e_a は気体のひずみ、 e_h は気体相のひずみ、 e_f は液体相のひずみ、 e_h は気体相のひずみ、 n は間隙率である。

さらに、次の関係が求められる(Oka, & Kimoto, 2018)⁶⁾。

$$\begin{aligned} de_b &= d\varepsilon_{kk}^s = de_s(1-n) + nde_p, de_h = d\varepsilon_{kk}^g = de_g + (1-n)(de_s - de_p) + dS_r/(1-S_r), \\ de_f &= d\varepsilon_{kk}^f = de_w + (1-n)(de_s - de_p) - dS_r/S_r \end{aligned} \quad (2)$$

3. 固体—流体 2 相系多孔質モデル

Biot の固体—流体からなる 2 相系多孔質体の線形弾性構成式は以下のように与えられる(Nagumo(1965), Ishihara(1970), Oka(1996))^{1,3,4,5)}。

$$\sigma^{(s)} = \alpha_b \varepsilon^{(s)} + \alpha_c \varepsilon^{(f)}, \quad \sigma^{(f)} = \alpha_c \varepsilon^{(s)} + k_c \varepsilon^{(f)} \quad (3)$$

ここで、 $\sigma^{(i)} = \sigma_{kk}^{(i)}/3$ ($i = s, f$) は固相と流体相に作用する等方応力成分、 $\sigma = \sigma^{(s)} + \sigma^{(f)}$ は全応力、

$\varepsilon^{(i)}$ ($i = s, f$) は各相の体積ひずみ $\varepsilon^{(i)} = \varepsilon_{kk}^{(i)}$ 、 α_b 、 α_c 、と k_c は材料定数である。パラメータ α_c は 2 相間の相互作用に関するパラメータである。

固相骨格、流体及び固相構成物質（土粒子）、間隙の圧縮性を、それぞれ、 C_b, C_f, C_s, C_p とすると

$$C_b = k_c/(\alpha_b k_c - \alpha_c^2), C_f = ((n-1)\alpha_c + n\alpha_b)/\alpha_b k_c - \alpha_c^2, C_s = -((n-1)k_c + n\alpha_c)/(\alpha_b k_c - \alpha_c^2), C_p = (C_b - C_s)/n \quad (4)$$

d は増分を示すとして、(3)式に(4)式を用いると、

$$d\sigma^{(s)} = d\varepsilon^{(s)}/C_b + \{(1-C_s/C_b)/n-1\}d\sigma^{(f)}. \quad (5)$$

Biot 型の理論では、流体相の応力は $\sigma^{(f)} = nu$ で与えられるので、(5)式より、

$$d\sigma^{(s)} = d\varepsilon^{(s)} / C_b + (1 - C_s / C_b) du - d\sigma^{(f)}. \quad \text{全応力は, } d\sigma = d\sigma^{(s)} + d\sigma^{(f)} \text{ だから,}$$

$$d\sigma = d\varepsilon^{(s)} / C_b + (1 - C_s / C_b) du. \quad (6)$$

有効応力は変形を支と考えると、有効応力増分は $d\sigma' = d\varepsilon^{(s)} / C_b$. 上式で第 2 項の係数が Biot 係数

$$\alpha = 1 - C_s / C_b \text{ となり, } d\sigma = d\sigma' + \left(1 - \frac{C_s}{C_b}\right) du \quad \text{or} \quad d\sigma' = d\sigma - \left(1 - \frac{C_s}{C_b}\right) du. \quad (7)$$

4. 固体—液体—気体 3 相系多孔質モデル⁶⁾

固体(s), 液体(f), 気体(g)の 3 相系で, 骨格と気体, 液体と気体の相互作用のパラメータ α_d, h_c を加えると,

$$d\sigma^{(s)} = \alpha_b d\varepsilon^{(s)} + \alpha_c d\varepsilon^{(f)} + \alpha_d d\varepsilon^{(g)}, d\sigma^{(f)} = \alpha_c d\varepsilon^{(s)} + k_c d\varepsilon^{(f)} + h_c d\varepsilon^{(g)}, d\sigma^{(g)} = \alpha_d d\varepsilon^{(s)} + h_c d\varepsilon^{(f)} + k_d d\varepsilon^{(g)} \quad (8)$$

浸水試験, 浸気試験, 排水試験から, 物理パラメータとの関係が得られる.

$$A = \alpha_b - \frac{\alpha_c(\alpha_d k_d - \alpha_d h_c) + \alpha_d(\alpha_d k_c - \alpha_c h_c)}{k_c k_d - h_c^2}, B_1 = \frac{\alpha_c k_d - \alpha_d h_c}{k_c k_d - h_c^2}, C_1 = \frac{\alpha_d k_c - \alpha_c h_c}{k_c k_d - h_c^2}$$

$$C_s = C_b((1-n) - B_1 n), C_w = \left(-\frac{B_1}{A}(1-n) + \left(\frac{k_d}{k_c k_d - h_c^2} + \frac{B_1}{A}\right)n\right), C_a = \left(-\frac{C_1}{A}(1-n) + \left(\frac{k_d}{k_c k_d - h_c^2} + \frac{C_1}{A}\right)n\right) \quad (9)$$

ここで, C_b, C_s, C_w, C_a は骨格, 土粒子, 水と空気の圧縮性である.

不飽和土では, 分応力は次式で与えられるから,

$$d\sigma^{(f)} = S_r ndu_w, \quad d\sigma^{(g)} = (1 - S_r) ndu_a, \quad (10)$$

全応力増分は,

$$d\sigma = d\sigma^{(s)} + d\sigma^{(f)} + d\sigma^{(g)} = \frac{1}{C_b} d\varepsilon^{(s)} + B_1 S_r ndu_w + C_1 (1 - S_r) ndu_a + S_r ndu_w + (1 - S_r) ndu_a$$

$$= \frac{1}{C_b} d\varepsilon^{(s)} + \left(1 - \frac{C_s}{C_b}\right) (S_r du_w + (1 - S_r) du_a) = \frac{1}{C_b} d\varepsilon^{(s)} + \left(1 - \frac{C_s}{C_b}\right) dP_f \quad (11)$$

ここで, dP_f は平均間隙圧増分である. σ' を骨格応力とすると Biot 係数を含む骨格応力 (skeleton stress) 増分が求められる.

$$d\sigma' = d\sigma - \left(1 - \frac{C_s}{C_b}\right) dP_f = \frac{1}{C_b} d\varepsilon^{(s)} \quad (12)$$

その他, 本定式化から具体的なサクシヨン—飽和度関係が導かれる.

参考文献

- 1) Kimoto, S, Oka, F, Morimoto, Y. 2017, Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech., **41**,1184-1907. 2) Biot, M.A. and Willis, D.G., 1957, *J. Appl. Mechanics*:594-601. 3) Nagumo, S., 1965, Bulletin of the Earthquake Research Institute at the University of Tokyo, **43**:317-338. 4) Ishihara, K. 1970, *S&F*, **10**(4):10-38. 5) Oka, F. 1996, *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, **1**(2): 219-234. 6) Oka, F. and Kimoto, S., 2018, *IJNAMG*, submitted

キーワード 多孔質体, 多相系, 有効応力, Biot 係数, 骨格応力, 不飽和土

連絡先 〒606-8226 京都市左京区田中飛鳥井町 138-1 防災研究協会第 3 研究室 TEL 075-585-4445