

モンテカルロシミュレーションを用いた簡易な部分係数の設定方法

Simplified calculation of partial factor for structural design based on Monte Carlo simulation

新潟大学大学院 学生会員 ○岩瀬 智恵
 新潟大学 正会員 大竹 雄
 岐阜大学 正会員 本城 勇介
 東京都市大学 正会員 吉田 郁政

1 はじめに

世界の主要な設計コードでは、近年、信頼性設計法の概念に基づく部分係数法を採用するようになってきた。我が国においても、2017年11月に道路橋示方書[1]が改定され、今後は様々な構造物で、本格的に信頼性設計に基づく設計計算が行われると考えられる。さらに将来的には、AASHTOのLRFR[2]などのような既設構造物用の信頼性設計の考え方が我が国においても導入されるであろう。以上より、今後は、それぞれの現場（構造物）において、観測に基づいた部分係数の設定が要求されると想定されることから、現場の設計技術者にとって直感的理解が容易な部分係数の簡易計算方法を提案するものである。

2 部分係数の算出理論

信頼性設計における部分係数は、FORM法[3]に基づく設計値法の考え方が採用される場合が多い。この考え方において、部分係数は、計算パラメータの特性値と、目標信頼性に応じて設定された設計点（Design Value Point）の比として定義される。性能関数は一般的に非線形であるため、設計点周りのテーラー展開により性能関数を線形化した上で、感度係数が一定であることを仮定し、任意の目標信頼性における部分係数を計算する。この方法を用いるためには、信頼性理論の高度な理解が必要である。また、設計点における性能関数の偏微分が要求され、計算方法が煩雑であるという欠点もある。これらのことは、複雑な性能関数の場合において、現場の設計技術者にとって負担になりうる。本研究は、この設計値法の考え方を踏襲しつつ、モンテカルロシミュレーション（MCS）を用いて、簡易に部分係数を決定することを考える。なお、アメリカのASSHTOや道路橋示方書などで採用されているような荷重抵抗係数法に基づいて、パラメータ個々に係数を設定するのではなく、荷重や抵抗に集約して係数を設定することを想定している。

2.1 提案手法

N 個の確率変数ベクトル $\mathbf{x}$ により性能関数が記述され、確率変数の集合として、荷重を $S = f(\mathbf{x}_1)$ 、抵抗を $R = f(\mathbf{x}_2)$ として定義する。ここで、 $\mathbf{x}_1$ は S にかかわる確率変数ベクトル、 $\mathbf{x}_2$ は R にかかわる確率変数ベクトルとする。このとき、性能関数 g は下式で記述される。

$$g = R - S \quad (1)$$

この場合、MCSにより、信頼性指標 β は下記のように計算される。

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} (-\Phi^{-1}(P_f)) \quad (2)$$

ここで、 Φ は標準正規分布の累積関数である。次に確率変数だけを確定変数（分散を0とおく）としてMCSを実施して信頼性指標を求め、これを β_{-i} と記述する。この作業は、設計点における設計変数の偏微分に相当し、下式のように、FORM法の感度係数と密接な関係がある。

$$\alpha_i^2 = \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \bigg|_{\mathbf{x}^d} \right)^2 \frac{\sigma_{x_i}^2}{\sigma_g^2} = \frac{\left(\frac{1}{\mu_g} \right)^2 \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \bigg|_{\mathbf{x}^d} \right)^2 \sigma_{x_i}^2}{\left(\frac{1}{\mu_g} \right)^2 \sigma_g^2} = \frac{\left(\frac{1}{\beta} \right)^2 - \left(\frac{1}{\beta_{-i}} \right)^2}{\left(\frac{1}{\beta} \right)^2} = \frac{\beta_{-i}^2 - \beta^2}{\beta_{-i}^2} = 1 - \frac{\beta^2}{\beta_{-i}^2} \quad (3)$$

FORM法は、性能関数は設計点周りでテーラー展開され、下式の通り確率変数の線形和で近似される。

$$g = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \bigg|_{\mathbf{x}^d} \right) (x_i - x_i^d) \quad (4)$$

(3) 式より, (4) 式は (5) 式で記述できる.

$$g = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_g}{\sigma_{x_i}} \alpha_i (x_i - x_i^d) \quad (5)$$

(5) 式は (3) 式より, MCS を用いた計算ができる. さらに, (5) 式より, 性能関数は確率変数の線形和で表されているので, 期待値の性質より, 性能関数の同時確率密度 f_g も容易に計算することができる. 下式は, 基本変数が独立かつ正規分布に従う場合について記述している.

$$f_g = \prod_{i=1}^n f(x_i^*), \quad f(x_i^*) = N\left(\frac{\sigma_g}{\sigma_{x_i}} \cdot \alpha_i \cdot \mu_{x_i}, \frac{\sigma_g}{\sigma_{x_i}} \cdot \alpha_i \cdot \sigma_{x_i}\right) \quad (6)$$

MCS 時に生成されたパラメータセットごとに上記式の同時確率密度を記憶させ, 破壊領域にあるパラメータセットのうち, 同時確率密度が最大になるものを選択することは, 設計点を選択することと同義となる. 最後に, 特性値と設計点との比を取ることで, 部分係数を得ることができる.

3 試計算と考察

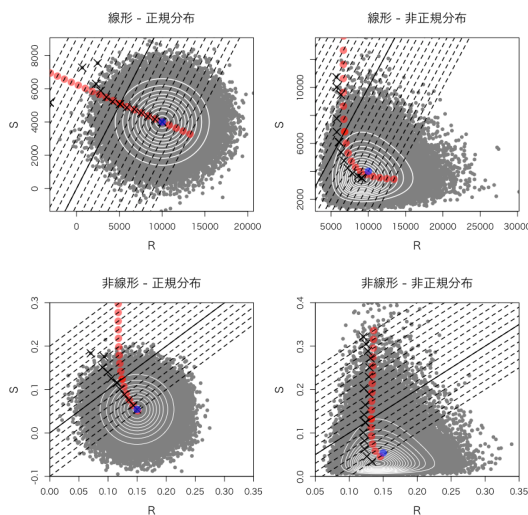


図1 設計点の探索結果

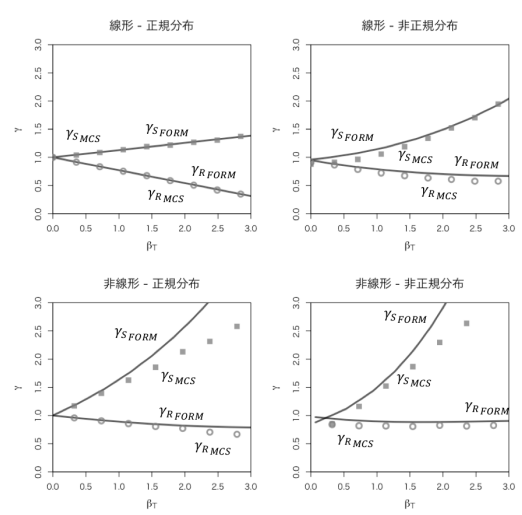


図2 部分係数の計算値

性能関数が線形, 非線形, 基本変数の確率密度が正規分布の場合, 対数正規分布の場合を想定して, 4 ケースで試算を行った. 目標信頼性指標 β_T を変化させて設計点と部分係数 γ を計算した. 図1は設計点の探索結果を R-S 空間で表示した図である. 性能関数が線形かつ確率変数が正規分布のとき, 性能関数の線形性に依らず, 提案手法の感度係数は一定であることがわかる. 図2は部分係数の計算値である. 図中に FORM 法により算定される部分係数も併記した. 性能関数が線形かつ確率変数が正規分布のとき, FORM 法の結果と提案手法の結果は一致している. 非線形関数で β_T が大きいときに, 両者は大きく乖離する. 図1の確率密度分布と設計点の関係をみると, FORM に比べて提案手法の方が適切に設計点を同定していると考えられる.

参考文献

- [1] 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説 I 共通編, 丸善出版, 2017.
- [2] American Association of State Highway and Transportation Officials. Guide Manual for Condition Evaluation and Load and Resistance Factor Rating (LRFR) of Highway Bridges. Washington, DC: AASHTO, 2003.
- [3] Thoft-Christensen, P. and Baker, M.J.: Structural Reliability Theory and Its Application, Springer-Verlag, 1982.