

粒子法を用いた断落ち部における波状跳水・潜り噴流のシミュレーション

パシフィックコンサルタンツ (株) 正会員 ○ 樋口 敬芳・坂野 アイカ

群馬大学 正会員 秋友 誠・斎藤 隆泰・清水 義彦

1. はじめに

河床低下が進行している河川における堰や床止め工などの段落ち部を有する河川横断構造物では、劣化・損傷が進行し、大きな洪水が流下すると、護床工が一気に流失するなどの急激な破壊が危惧される。段落ち部における流れでは、流況、河床および護床工が動的に相互作用し合うため従来の経験式等で評価することは困難であり、その評価を行うためには数値解析による詳細な計算が必要である。しかしながら、河川段落ち部におけるそのような現象は河川流体シミュレーションで従来利用されてきた方法では対応できない点もある。そこで、本研究では Lagrange 的な手法である粒子法¹⁾に着目する。粒子法は近年開発が進んでいる新しい数値解析手法であるが、河川流体シミュレーションへの応用研究では、さほど適用性能の議論が進んでいないのが現状である。本研究では、粒子法を用いた河川横断構造物下流部における局所洗掘現象を解明する前段階として、河川段落ち部での流体シミュレーションを行い波状跳水・潜り噴流の流況の再現性を評価する。

2. 粒子法 (E-MPS 法) の定式化

粒子法は、連続体の運動を離散的な粒子群の運動によって近似する計算手法であり、差分法や有限要素法のようにメッシュ分割の必要がない。また、運動する粒子に関して計算を行う Lagrange 的な手法であるため移流項を計算する必要がなく、界面の大変形を伴う解析に特に有効である。本研究では、粒子法の 1 つである MPS を圧力に関して陽的に解いた E-MPS 法²⁾を使用する。流体の支配方程式は、時刻 t に対する連続の式とナビエ・ストークス方程式であり以下のように表される。

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (2)$$

ここで、 ρ 、 $\mathbf{u}$ 、 P 、 ν 、 $\mathbf{g}$ は、密度、流速、圧力、動粘性係数および重力加速度である。E-MPS 法では式 (2) の右辺第一項、第二項に含まれる勾配 ∇ 、ラプラシアン ∇^2 を以下に示すような粒子 i と粒子 j に対する粒子間相互作用モデルを用いて離散化する。

$$\langle \nabla P \rangle_i = \frac{d}{n_{grad}^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{(P_j + P_i)(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} \right] w_{grad}(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (3)$$

$$\langle \nabla^2 \mathbf{u} \rangle_i = \frac{2d}{\lambda^0 n^0} \sum_{j \neq i} [(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)] \quad (4)$$

ここで、 d 、 $\mathbf{r}$ 、 λ^0 は空間次元数、粒子座標、基準状態における粒子間距離の重み付き二乗平均である。また、 $w(|\mathbf{r}|)$ および n^0 は重み関数および基準粒子数密度であり、これらにより重み付き平均をとる。安定化のため式 (3)、(4) の重み関数の計算は以下の式を用いる。

$$w_{grad}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{r_e - r}{r} & (r < r_e) \\ \frac{r}{r_e} & (r \geq r_e) \\ 0 & (r \geq r_e) \end{cases} \quad (5)$$

$$w(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} + \frac{r}{r_e} - 2 & (r < r_e) \\ \frac{r}{r_e} & (r \geq r_e) \\ 0 & (r \geq r_e) \end{cases} \quad (6)$$

ここで、 r は粒子間距離、 r_e は影響半径を表しており、影響半径外の粒子からの影響を無視することで計算負荷を軽減している。また、無限遠まで格子状に流体を非圧縮性流体と仮定した状態の下で粒子を配置すれば、式 (5)、(6) を用いた場合の重み関数の総和は基準粒子数密度 n_{grad}^0 、 n^0 として以下のように定義される。

$$n_{grad}^0 = \sum_{j \neq i} w_{grad}(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (7)$$

$$n^0 = \sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (8)$$

また、E-MPS 法では、流体に微小な圧縮を許容し、圧力を密度の関数として次式のように表す。

$$P = \begin{cases} c^2(\rho - \rho^0) & (\rho > \rho^0) \\ 0 & (\rho \leq \rho^0) \end{cases} \quad (9)$$

ここで、 c は流体中の音速、 ρ^0 は圧力ゼロの状態における密度である。密度 ρ は重み関数の和に比例すると仮定して次式のように与える。

$$\rho = \frac{\rho^0}{n^0} \sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (10)$$

なお、音速 c は実際よりも小さな仮想的な音速を与えることで時間増分を大きくとることができる²⁾。一方で、式 (2) におけるナビエ・ストークス方程式では非圧縮性流体を仮定している。そのため、流れ場を非圧縮性流体として近似できる範囲、すなわち、流速の大きさと音速の比で定義するマッハ数 $M_a = |\mathbf{u}|/c$ が 1 よりも十分小さい必要がある。ここではマッハ数 M_a を $M_a = 0.2$

キーワード：粒子法 (E-MPS 法)、波状跳水、潜り噴流、河川流体シミュレーション

連絡先：〒101-8462 東京都千代田区神田錦町三丁目 22 番地 パシフィックコンサルタンツ (株) TEL 03-6777-1508

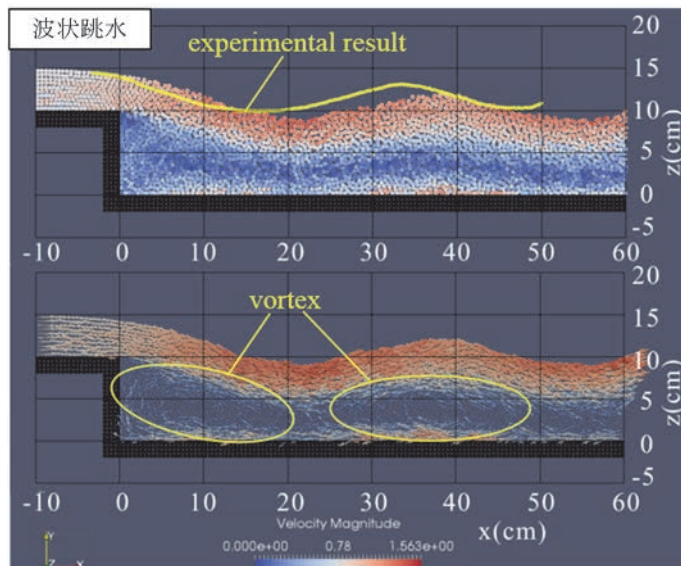


図1 波状跳水の解析結果(上段:水面形, 下段:流速ベクトル)

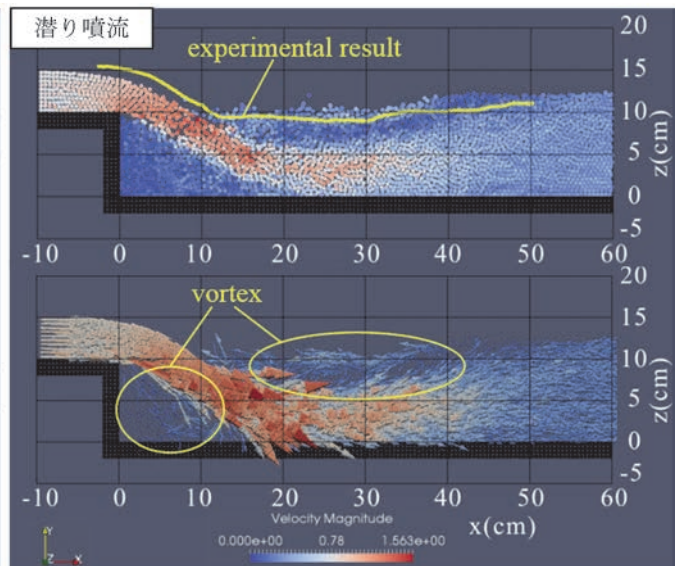


図2 潜り噴流の解析結果(上段:水面形, 下段:流速ベクトル)

とした次式により仮想的な音速を与える.

$$c = \frac{u_{\max}}{0.2} \quad (11)$$

ここで, $u_{\max}$ は最大流速の予測値である. 解析の詳細は文献^{1, 2)}等を参照されたい.

3. 段落ち流れの解析

3.1 解析条件

解析条件は文献³⁾で記載されている実験と同様の条件を用いた. 段落ち高さ $h_{\text{step}} = 10\text{cm}$, 単位幅流量 $q_{\text{in}} = 400\text{cm}^2/\text{s}$ (流入水深 $h_{\text{in}} = 5\text{cm}$, 流入速度 $v_{\text{in}} = 0.8\text{m/s}$) とした. 下流端水深は, 粒子法計算において直接境界条件として与えることが困難なため, 底面から鉛直上向きの突起状の堰を設けることで調整した. そのため, 本解析の下流端水深は, 波状跳水の解析で $h_{\text{out}} = 11.02\text{cm}$, 潜り噴流の解析で $h_{\text{out}} = 11.37\text{cm}$ となっている. 粒子径 d , 影響半径 r_e , 時間刻み Δt , 音速 c , 密度 ρ および動粘性係数 ν は, $d = 5.0 \times 10^{-3}\text{m}$, $r_e = 1.05 \times 10^{-2}\text{m}$, $\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}\text{s}$, $c = 15.0\text{m/s}$, $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ および $\nu = 1.301 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ とした. また, 底面および壁面部分の境界条件として, 粒子法計算において一般的に使用される固定型の壁粒子¹⁾を配置し, 壁粒子の流速をゼロとして与えた.

3.2 解析結果

波状跳水和潜り噴流の水面形と流速ベクトルの解析結果をそれぞれ図1と図2に示す. 図中の黄線は文献³⁾で示されている実験による水面形を示している.

波状跳水の解析結果は図1より, 解析による水面形に着目すると, 実験による水面形と同様, 波状の水面形を示している. また, 流速ベクトル図の黄丸でも確認できるように, $x = 35\text{cm}$ 付近の水路床に沿って逆流する流れや $x = 5\text{cm}$ 付近のローラーの渦が形成している等, 波状跳水の流況特性を良く再現出来ている.

潜り噴流の解析結果は図2より, 解析による水面形に着目すると, 実験による水面形と同様な傾向を示しており, 段落ち後に比較的平坦な水面形が現れるとい

う点においても良好に再現できているといえる. また, 流速ベクトル図の黄丸でも確認できるように, $x = 25\text{cm}$ 付近の逆流する渦や $x = 5\text{cm}$ 付近の渦が形成されているほか, 段落ち部を流れる水流が水路床に沿って流下している等, 潜り噴流の流況特性を良く再現出来ている.

波状跳水和潜り噴流の解析において実験の水面形と若干の差異がみられるが, これは本解析における下流端水深が実験条件(それぞれ, $h_{\text{out}} = 13.87\text{cm}$, $h_{\text{out}} = 10.92\text{cm}$)よりも大きいことが原因と考えられる. 下流端水深を微調整することで, 解析と実験の水面形の差異は小さくなるだろう. また, 底面の境界条件の与え方についても議論の余地がある. 本解析では, 一般的に使用されている固定型の壁粒子による簡便な境界処理を行ったが, この手法は厳密に境界条件を満足するものではない. そのため, 正しく底面の影響を評価するためには境界条件について検討を重ねる必要があるだろう.

4. まとめ

本研究では, 固定床の条件で粒子法(E-MPS法)を用いて河川における堰等の断落ち部における波状跳水和潜り噴流の解析を行い, 既往の実験結果と比較し妥当性を示した. 今後は, 実験を行い, 水面形ならびに鉛直流速分布等の再現性を確認し, 移動床及び護床工の流失を考慮したモデルの構築を目指す.

謝辞

本研究は, 平成29年度高橋産業経済研究財団の研究助成支援の下行われた. ここに謝辞を述べます.

参考文献

- (1) 越塚誠一: 粒子法入門流体シミュレーションの基礎から並列計算と可視化まで, 丸善株式会社, 2014.
- (2) 大地正俊, 越塚誠一, 酒井幹夫: 自由表面流れ解析のためのMPS陽的アルゴリズムの開発, 日本計算工学会論文集, Vol.2010, No. 20100013, 2010.
- (3) 梶川勇樹, 道上正規, 松原雄平, 檜谷治, 中本英利: 段落ち部における常射流混在流れの数値計算, 水工学論文集, 第47巻, pp.823-828, 2003.