

軸方向傾斜機能材料からなる線状部材の線形座屈解析

長岡技術科学大学大学院 学生会員 ○山 本 寧 音 大分工業高等専門学校 正 会 員 名 木 野 晴 暢
 豊 橋 技 術 科 学 大 学 非 会 員 足 立 忠 晴 長 岡 技 術 科 学 大 学 正 会 員 岩 崎 英 治

1. まえがき

機能の異なる材料の組成を連続的または段階的に変化させて一体化させた等質でない複合材料の事を傾斜機能材料 (Functionally Graded Materials: FGMs) という. FGMs は, 高温環境で発生する熱応力の緩和を目的として航空宇宙分野において開発され, 現在では生体材料, 電子材料や構造材料として用いられている. 一般的に, FGMs は部材の厚さ方向に傾斜機能を有するものを指すと思われる. 最近では, 線状部材の長手方向に材料特性が変化する軸方向傾斜機能材料 (Axially Functionally Graded Materials: AFGMs) についても研究が行われるようになってきた.

著者らは, 十分に説明されているとは言い難い AFGMs の線形座屈特性を明らかにするために, Yilmaz ら¹⁾の localized DQ 法よりも少ない自由度で AFGMs の座屈荷重とこれに対応する座屈モードを高い精度で求めることができる解析手法を構築した^{2), 3)}. また, これを用いて中心軸圧縮力を受ける両端ヒンジ支持された AFGMs の線形座屈特性と下端と上端の縦弾性係数比の影響などを明らかにしてきた^{3), 4)}. AFGMs には縦弾性係数の小さい端部と大きい端部が存在するので, 座屈特性は支持条件の影響も受けると考えられる.

本稿では, AFGMs の線形座屈特性と支持条件の関係について報告する. また, これまでの数値解析結果を基に AFGMs の座屈荷重の算定式を提案する.

2. 数値解析モデルと解析手法

図-1 のような中心軸圧縮荷重 P を受ける長さ L の等断面の AFGMs の線形座屈固有値問題を考える. ここで, I は中立軸に関する断面二次モーメント, $w(x)$ は面外変位である. x 軸方向に変化する縦弾性係数の分布 $E(x)$ は, 次のように設定する^{3), 4)}.

$$E(x) = E_0 e^{p(\frac{x}{L})}, \quad p = \ln E. \quad (1)$$

ここで, $E = E_L/E_0$ は縦弾性係数比, E_0 と E_L は AFGMs の下端 ($x=0$) と上端 ($x=L$) の縦弾性係数であり, p は材料の不等質性を表す指標である. 式(1) に従う縦

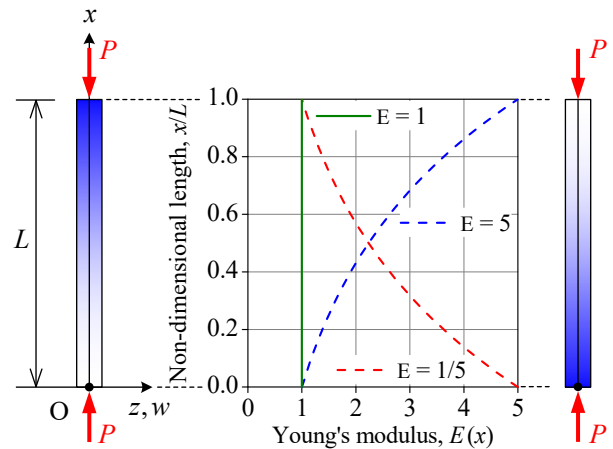


図-1 中心軸圧縮力を受ける AFGMs と座標系

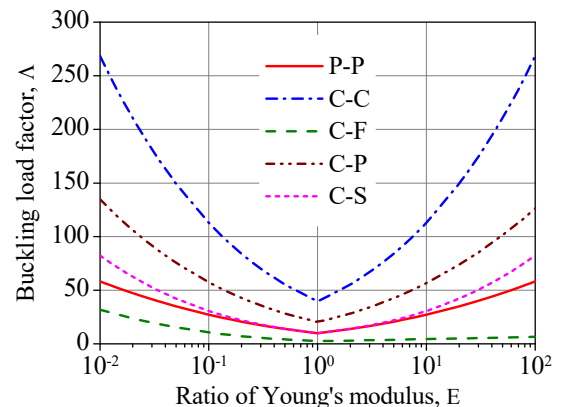


図-2 AFGMs の座屈荷重 Δ と縦弾性係数比 E および支持条件の関係

弾性係数の分布 $E(x)$ を図-1 の中央に示す. 左図は下端から上端へ向かって縦弾性係数が増加する AFGMs ($E_0 < E_L$) のモデルであり (以下, Case 1), 右図はそれを逆向きにして下端から上端へ向かって縦弾性係数が減少する AFGMs ($E_0 > E_L$) のモデルである (以下, Case 2). なお, $E=1$ は等質・等方材料を意味する.

本稿で扱う下端と上端の拘束はヒンジ支持 P ($w=M=0$), 固定端 C ($w=\theta=0$), 自由端 F ($M=Q=0$) および回転拘束水平自由端 S ($\theta=Q=0$) の 4 つとし, 支持条件は C-P のように表す. 最初の記号およびハイフンの後の記号は, それぞれ, 下端および上端での支持条件を意味する. ただし, θ はたわみ角, M は曲げモーメントであり, Q は z 方向のせん断力である.

数値解析には, これまでに確立した解析手法²⁾⁻⁴⁾を

キーワード 軸方向傾斜機能材料, 線状部材, 線形座屈解析, B-spline Ritz 法

連絡先 〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町 1603-1 長岡技術科学大学 大学院工学研究科 TEL: 0258-47-9617

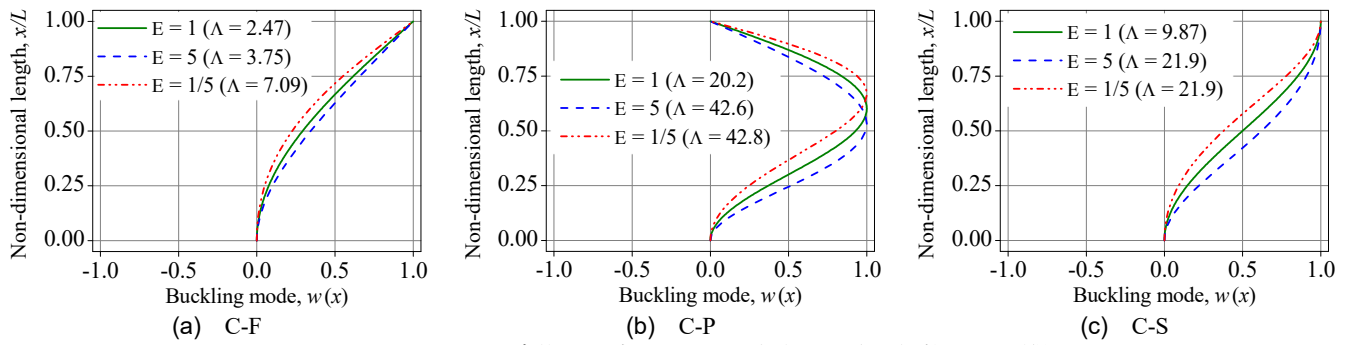


図-3 AFGMsの面外変位 w の座屈モードに与える縦弾性係数比 E の影響

用いる。これによれば、spline 次数 $p_x = 5$ 、パラメータ座標系に等間隔に配置する knot の数 $m_x = 21$ (自由度 25) に設定すると、本稿で扱う 4 つの拘束により組み合わせられる支持条件下においても AFGMs の座屈荷重と座屈モードを高精度で求めることができる⁴⁾。

3. 数値解析および考察

AFGMs の無次元座屈荷重 Λ は、次のように表す。

$$\Lambda = \frac{P_{cr} L^2}{EI} \quad (2)$$

ここで、 P_{cr} は一次の座屈荷重であり、AFGMs の下端と上端の小さい縦弾性係数 E で基準化している。

3.1 AFGMs の座屈特性と支持条件の関係

まず、AFGMs の座屈荷重 Λ と縦弾性係数比 E および支持条件の関係を図-2 に示す。 E は 10^{-2} (Case 2) から 10^2 (Case 1) まで変化させた。これより、支持条件に関係なく、Case 1 では E を大きくし、Case 2 では E を小さくすると、AFGMs の Λ は $E = 1$ のそれよりも大きくなる。また、P-P, C-C, C-P, C-S の Λ の値は Case 1 と Case 2 で同程度または一致するが、C-F の Λ は Case 1 よりも Case 2 の方が大きくなる。なお、支持条件による Λ の大小関係は、 $C-F < P-P < C-S < C-P < C-C$ である。続いて、AFGMs の面外変位 w の座屈モードに与える縦弾性係数比 E の影響を図-3 に示す。支持条件は C-F, C-P, C-S とし、 E は $1/5$ (Case 2), $1, 5$ (Case 1) に設定した。これより、C-F と C-S の座屈モードの最大値は E に係わらず、部材の上端 ($x/L = 1$) で生じる。ただし、Case 2 の座屈モードは、 $E = 1$ および Case 1 よりも相対的に小さくなる。他方、C-P の Case 1 の座屈モードの最大値は $E = 1$ の最大面外変位の位置よりも下方、Case 2 では上方で生じている。すなわち、最大面外変位が生じる位置は縦弾性係数の小さい端部へ偏心している。なお、C-P の Case 1 と Case 2 の Λ の値は同程度である。

表-1 式(3)で表される座屈荷重式のパラメータ

B.C.	k	c	R^2	σ
P-P	1.000	0.438	0.993	0.045
C-C	4.000	0.456	0.997	0.032
C-F	0.250	0.245	0.987	0.026
C-P	2.046	0.448	0.995	0.038
C-S	1.000	0.490	1.000	0.013

3.2 AFGMs の座屈荷重の算定式

これまでの数値解析結果を回帰分析し、できるだけ簡潔に記述でき、かつ良好な精度を有する AFGMs の座屈荷重の算定式の構築を試みた。Case 1 ($1 \leq E \leq 10$) を対象としたとき、次の算定式を提案する。

$$\Lambda_{1st} = k \times f(E) \times \Lambda_0 \quad (1 \leq E \leq 10). \quad (3)$$

ただし、 k は支持条件によって決まる係数、 $f(E)$ は E を変数とする関数であり、 $\Lambda_0 (= \pi^2)$ は Euler の座屈荷重である。今回は、単純に表すことのできる累乗近似 $f(E) = E^c$ (c は実数) を採用した。支持条件に対応する k と c の値、およびこれを設定したときの算定式の決定係数 R^2 と平均二乗誤差 σ を表-1 に纏めた。これより、提案する算定式は十分な精度を有することが確認できよう。現在、Case 2 ($10^{-1} \leq E \leq 1$) の算定式を構築しており、これについては当日報告する。

4. まとめ

本稿では、AFGMs の線形座屈特性に与える縦弾性係数比と支持条件の影響を明らかにした。また、任意の支持条件を有する縦弾性係数が指数関数的に変化する AFGMs の座屈荷重の算定式を提案した。

参考文献

- 1) Yilmaz et al.: Mathematical Problems in Engineering, Vol.2013, Article ID 793062, 12 pages, 2013.
- 2) 山本ら:平成 28 年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集 (CD-ROM), pp.11-12, 2017.
- 3) 山本ら:第 5 回九州橋梁・構造工学研究会シンポジウム論文集 (USB), R4-1, 6 pages, 2017.
- 4) 山本ら:平成 29 年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集 (CD-ROM), pp.45-46, 2018.