

減衰を考慮したL字型一方向CFRP中の超音波伝搬シミュレーション

○群馬大学大学院理工学府 学生会員 前原 佑
 群馬大学大学院理工学府 正会員 斎藤隆泰
 IHI エアロスペース 非会員 今井 済
 IHI エアロスペース (研究時) 非会員 佐藤明良

1. はじめに

近年, 軽量かつ高強度な CFRP(Carbon Fiber Reinforced Plastic) の様々な分野への応用が進んでいる. CFRP は工場等で成形されるため, 様々な形状に加工することも可能である. その場合, 例えば L 字型に加工・成形された CFRP では, L 字型のコーナー部分において層間剥離が生じる可能性が指摘されている. しかしながら, このコーナー部分の層間剥離に超音波探傷試験を適用する場合, CFRP の強い音響異方性と, 粘弾性樹脂と繊維による超音波減衰特性が原因で, 欠陥からの散乱波の挙動は極めて複雑となる. このことから, 著者らのグループでは, 一方向 CFRP 中の二次元超音波伝搬シミュレーションを行ってきた. 本研究では, 前論文¹⁾を拡張し, 減衰を考慮した L 字型一方向 CFRP 中の二次元超音波伝搬シミュレーションを行う. 以下では, 解析のための簡単な基礎理論について説明した後, いくつかの数値解析例を示すことで, シミュレーション結果の妥当性について検討する.

2. 解くべき問題

屈曲された一方向 CFRP 構造として, 図 1 のような L 字形の CFRP を考える. 超音波は固体中で弾性波動の性質を示すこと, CFRP が異方性の性質を示すことを考慮すれば, 解くべき問題は異方性弾性波動問題となる. 弾性波変位 $u_i(\mathbf{x}, t)$ は位置 $\mathbf{x}$, 時刻 t において, 物体力を無視すると, それぞれ次の運動方程式と構成式を満足する.

$$\sigma_{ij,j}(\mathbf{x}, t) = \rho \ddot{u}_i(\mathbf{x}, t) \quad (\text{運動方程式}) \quad (1)$$

$$\sigma_{ij}(\mathbf{x}, t) = C_{ijkl} u_{l,k}(\mathbf{x}, t) \quad (\text{構成式}) \quad (2)$$

ここで, $\sigma_{ij}(\mathbf{x}, t)$ は応力, ρ は異方性材料の密度, $[\cdot]_{,i}$ は空間微分を, $[\cdot]$ は時間に関する微分を表す. また, C_{ijkl} は弾性定数を表す. ただし, 弾性定数 C_{ijkl} は, 後に示すように実際にはフォークト標記された弾性定数 $c_{\alpha\beta}$ を用いる. 式 (1), (2) を満足する変位 $u_i(\mathbf{x}, t)$ 等を図 1 に示す CFRP 屈曲部分の音響異方性を考慮して求める.

3. 有限要素法の定式化

変位 $u_i(\mathbf{x}, t)$ を求める数値解析手法には Galerkin 法を用いたボクセル有限要素法 (FEM) を用いる. 式 (1) の運動方程式に式 (2) の構成式を代入し, イメージベース有限要素法

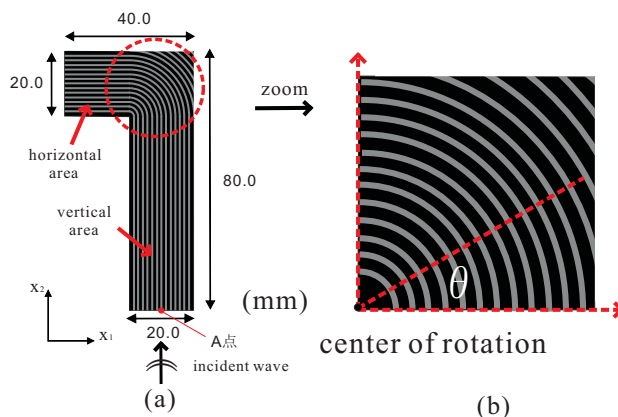


図 1 L 字型 CFRP (a) 解析モデル (b) コーナー部分の拡大図.

の利用を視野に入れ, アイソパラメトリック正方形一次要素を用いて, 解析領域の空間離散化を行う. アイソパラメトリック要素とは, 未知関数を近似するものであり形状関数 $N_\alpha (i = 1, \dots, 4)$ を重み関数として乗じた後, 要素 e の領域 v_e で積分した結果を要素毎に重ね合わせれば離散化された次の式を得る.

$$\sum_{e=1}^m \int_{v_e} N_\alpha (C_{ijkl} u_{l,kj} - \rho \ddot{u}_i) dv = 0 \quad (3)$$

ここで, m は全有限要素数である. 弱形式化を行うために Gauss-Green の定理を用いると, 次の関係が成り立つ.

$$\int_{v_e} N_\alpha u_{l,kj} dv^e = \int_{S_e} N_\alpha u_{l,j} n_k dS^e - \int_{v_e} N_{\alpha,k} u_{l,j} dv^e \quad (4)$$

S_e は要素 e の境界であり, n_k は境界上の単位法線ベクトルの成分である. 式 (3) に式 (4) を代入し, 整理すると空間離散化運動方程式を得る.

$$\sum_{e=1}^m \sum_{\beta=1}^4 \left[\int_{v_e} C_{ijkl} N_{\alpha,k} N_{\beta,j} dv u_{l\beta}^e + \int_{v_e} \rho N_\alpha N_\beta dv \ddot{u}_{i\beta}^e - \int_{S_e} N_\alpha N_\beta dS t_{i\beta}^e \right] = 0 \quad (5)$$

ここで, 式 (5) をマトリクス表示すると

$$[K]\{u_i\} + [M]\{\ddot{u}_i\} - \{T_i\} = 0 \quad (6)$$

となる. $[K]$ は全体剛性マトリクス, $[M]$ は全体質量マトリクス, $\{u_i\}$ は節点変位ベクトル, $\{T_i\}$ は表面力ベクトルを表

Key Words: 非破壊評価, 超音波, シミュレーション, 有限要素法, 減衰, CFRP

〒 376-8515 群馬県桐生市天神町 1-5-1 群馬大学大学院理工学府 TEL.0277-30-1610 E-mail:t14303088@gunma-u.ac.jp

す。さて、減衰の考慮に、仮想減衰である Rayleigh 減衰を用いる。Rayleigh 減衰を考慮した場合、式 (6) に減衰項が加わり、空間離散化運動方程式は次の式となる。

$$[K]\{u_i\} + [C]\{\dot{u}_i\} + [M]\{\ddot{u}_i\} - \{T_i\} = 0 \quad (7)$$

ここで $[C]$ は減衰マトリクスである。減衰マトリクス $[C]$ は、

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (8)$$

として、表させる。ここで、 α, β はそれぞれ質量比例係数、剛性比例係数であり、 α, β の値によって減衰率が変化する。式 (8) の右辺第一項である $\alpha[M]$ は粘性減衰項、右辺第二項である $\beta[K]$ は構造減衰項である。式 (7) に式 (8) を代入し、変位の一階時間微分 $\{\dot{u}_i\}$ 、二階時間微分 $\{\ddot{u}_i\}$ を中心差分式で近似すると、次の式を得る。

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{\beta}{2\Delta t}[K] + \left(\frac{1}{\Delta t^2} + \frac{\alpha}{2\Delta t} \right)[M] \right\} \{u\}_{n+1} = & - \left\{ [K] - \frac{2}{(\Delta t)^2}[M] \right\} \{u\}_n \\ + \left\{ \frac{\beta}{2\Delta t}[K] + \left(\frac{\alpha}{2\Delta t} - \frac{1}{\Delta t^2} \right)[M] \right\} \{u\}_{n-1} \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 Δt は時間増分である。式 (9) を解くために、反復法の一つである GMRES 法を用いる。 $[M]$ に集中化を施し、式 (9) に初期条件を代入し、逐次的に解くことで第 n ステップにおける変位 $\{u_i\}_n$ を得ることができる。

4. 屈曲 CFRP 構造のモデル化

CFRP の音響異方性は CFRP 中の繊維の配向に依存する。そのため CFRP の L 字部分のモデル化には繊維方向に応じた弾性定数を求める必要がある。今、L 字部分の繊維方向は図 1(a) のコーナー部分を拡大した図 1(b) 中の灰色曲線で示すように、連続的に変化すると考えれば、弾性定数の変化も連続であると考えられる。そこで、弾性定数を図 1(b) のように、水平方向からの角度 θ の関数で導出する。異方性の方向の回転に関しては、例えば文献²⁾³⁾等を参照されたい。図 1(b) 中の L 字部分の屈曲角に応じた弾性定数を前節で説明した有限要素法に用いることで、屈曲部分の力学特性を適切に評価することができる。

5. 数値解析例

以下、数値解析例を示す。図 1(a) の CFRP を有限要素数 $m=18000$ のボクセル要素で離散化し、時間増分 Δt は $\Delta t=1.0(\text{ns})$ 、密度は $\rho=1600(\text{kg/m}^3)$ とした。解析モデル表面の境界条件は表面力フリーとし、式 (7) において $\{T_i\} = 0$ とした。また、入射波は 1MHz の正弦波一波とした。弾性定数 c_{ij} は、鉛直領域の弾性定数を $c_{11}=16.34, c_{12}=3.72, c_{22}=155.43, c_{66}=7.48$ (単位は GPa) で与えた。図 2 に、図 1(a) の A 点より入射波を与えた場合の CFRP 内部の異方性弾性波動場 $|u|$ を可視化した結果を示す。ただし、図 2(c),(d) は Rayleigh 減衰を考慮した場合の波動場 $|u|$ であり、減衰係数は $\alpha = 5.0 \times 10^{23}, \beta = 1.0 \times 10^{-8}$ で与えた。また参考

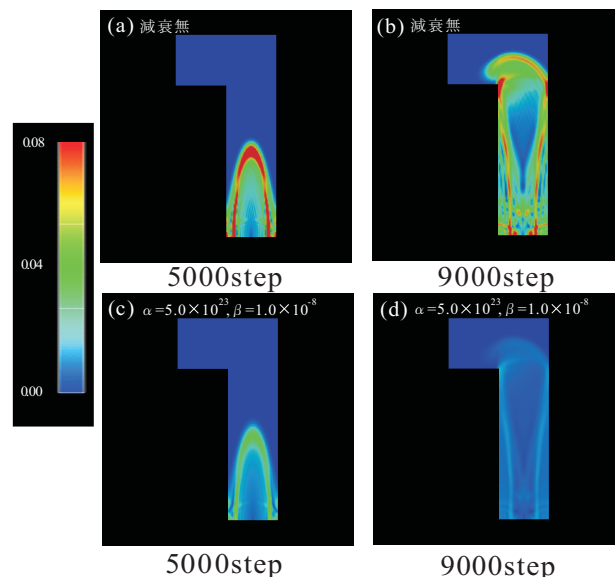


図 2 数値解析結果 (a)-(d) 各ステップにおける $|u|$, (a)-(b)CFRP 解析結果, (c)-(d)Rayleigh 減衰を考慮した CFRP 解析結果。

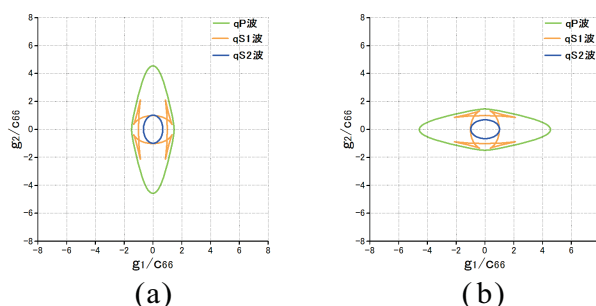


図 3 解析モデルの群速度曲線 (a) 水平 (b) 鉛直部分。

のため、 $\theta=0, 90$ 度、すなわち CFRP の鉛直、水平領域の群速度曲線もそれぞれ図 3(a), (b) に示してある。図 1(a) に示した水平、鉛直部分に注目すると、波動伝搬は図 3(a), (b) に示す群速度曲線に従って伝搬していることがわかる。減衰を考慮した場合の図 2(c),(d) では、それぞれ図 2(a),(b) と同様の傾向を示しているが、超音波の振幅が小さくなっていることが確認できるため、正しく減衰の影響が考慮できると判断することができる。

6. 結論と今後の課題

有限要素法を用いて Rayleigh 減衰を考慮した L 字型 CFRP 中を伝搬する二次元超音波伝搬シミュレーションを行った。CFRP の L 字コーナー部分の弾性定数は、繊維方向に沿って解析的に求めることでモデル化した。数値解析結果より、Rayleigh 減衰によって、超音波が減衰することを確認できた。今後は、減衰を考慮した三次元超音波伝搬シミュレーションへの拡張、実験波形による減衰係数の検証を引き続き実施する予定である。

参考文献

- 1) 斎藤隆泰・今井済・佐藤明良:有限要素法を用いた L 字型 CFRP 中の超音波伝搬シミュレーション, 平成 29 年度非破壊検査協会秋季講演大会講演論文集, pp.9-10, 2017
- 2) 中曽根祐司編著:異方性材料の弾性論, コロナ社, 2014
- 3) Auld, B. A.: Acoustic fields and waves in solids, vol.1, 2, R.E. Krieger, 1990