

有理関数展開による非定常空気力係数の直接同定に関する研究

大成建設株式会社 正会員 内藤 将志

○横浜国立大学 フェロー会員 勝地 弘

○横浜国立大学 フェロー会員 山田 均

1. 概要

長大橋梁の設計に際して耐風安定性の確保は重要な課題であり、とりわけ自励的な空力振動現象の発現風速に直接的にかかわる非定常空気力について設計段階で把握することは重要である。現時点において非定常空気力を取り扱う際には個々の断面ごとに風洞実験を行いその結果から周波数領域の構造同定問題として求めることが一般的である。しかし構造物の耐風安定性を検討するにあたって風速の変動やフラッター発現風速近傍での過渡応答など非定常性の強い風に対する応答を直接的に評価できる時刻歴応答解析の優位性は大きく、そのため時系列での空気力の再現に用いる有理関数近似モデルに関する研究が過去に行われている⁽¹⁾ほか。近年、Partha P Sarkarらが剛体模型を用いた2自由度強制振動法による風洞実験による時系列データから直接的な数値計算のみを用いて非定常空気力係数を含む有理関数の直接同定を可能とする手法(MS-RFA法)を提案している⁽²⁾。ただ手法には適用性などについて未だ不明な点も多く、本研究ではそれらを確認するため風洞実験を仮想的に再現した数値データに対してMS-RFA法アルゴリズムを再現して適用し、その精度や適用性についての検証と手法適用結果を用いての時刻歴応答変位解析を行った。結果としてMS-RFA法アルゴリズムによる有理関数展開を用いた非定常空気力係数の直接同定が可能であること、また本手法の性質と時刻歴の応答解析への適用が可能であることを確認して、橋梁の耐風設計における本手法の利用に向けた発展の可能性を示した。

2. 橋桁に作用する非定常空気力の定式化と有理関数展開による非定常空気力係数の同定手法

MS-RFA法アルゴリズムにおける橋桁断面に作用する非定常空気力のモデル式は以下のように示される。

$$\begin{bmatrix} \hat{L}_{se} \\ \hat{M}_{se} \end{bmatrix} = V_f Q \hat{q} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \rho U^2 B & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \rho U^2 B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (A_0)_{11} + (A_1)_{11}p + \frac{(F)_{11}p}{p+\lambda} & (A_0)_{12} + (A_1)_{12}p + \frac{(F)_{12}p}{p+\lambda} \\ (A_0)_{21} + (A_1)_{21}p + \frac{(F)_{21}p}{p+\lambda} & (A_0)_{22} + (A_1)_{22}p + \frac{(F)_{22}p}{p+\lambda} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{h}/B \\ \hat{a} \end{bmatrix} \quad \dots(1)$$

行列 Q が有理関数行列に相当し、その要素であるそれぞれ 2×2 の行列の A_0 , A_1 , F と定数 λ を有理関数係数と呼称する。また p は無次元ラプラス変数であり、換算振動数 $K(=B\omega/U)$ に虚数単位 i をかけたものとして表現される。また式(1)を変形し、逆ラプラス変換した時間領域のモデル式を以下に示す。

$$\begin{bmatrix} \psi_1 & \psi_2 & \psi_3 & -\lambda_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \rho U^2 B (\frac{U}{B}) \bar{q} \\ \frac{1}{2} \rho U^2 B \bar{q} \\ \frac{1}{2} \rho U^2 B (\frac{B}{U}) \bar{q} \\ (\frac{U}{B}) L_{se} \end{bmatrix} = L_{se} \quad \begin{bmatrix} \psi_4 & \psi_5 & \psi_6 & -\lambda_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 (\frac{U}{B}) \bar{q} \\ \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \bar{q} \\ \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 (\frac{B}{U}) \bar{q} \\ (\frac{U}{B}) M_{se} \end{bmatrix} = M_{se} \quad \dots(2)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \psi_1 &= [\lambda_L (A_0)_{11} \quad \lambda_L (A_0)_{12}] \quad \psi_2 = [(A_0)_{11} + \lambda_L (A_1)_{11} + (F)_{11} \quad (A_0)_{12} + \lambda_L (A_1)_{12} + (F)_{12}] \\ \psi_3 &= [(A_1)_{11} \quad (A_1)_{12}] \quad \psi_4 = [\lambda_M (A_0)_{21} \quad \lambda_M (A_0)_{22}] \\ \psi_5 &= [(A_0)_{21} + \lambda_M (A_1)_{21} + (F)_{21} \quad (A_0)_{22} + \lambda_M (A_1)_{22} + (F)_{22}] \quad \psi_6 = [(A_1)_{21} \quad (A_1)_{22}] \end{aligned}$$

式(2)を線形問題として解いて有理関数係数を得て有理関数行列を同定し、非定常空気力モデルを完成させることが本手法アルゴリズムの目的となる。また有理関数行列の各要素はそれぞれ非定常空気力係数 $H_{1 \sim 4}^*, A_{1 \sim 4}^*$ の形に変換することが可能である。

Keywords : Rational Functions, self-excited force, time-domain analysis, numerical analysis

連絡先：横浜国立大学構造研究室

(神奈川県横浜市保土ヶ谷区常盤台 79-5, 電話 045-339-4042, FAX 045-348-4565)

3. 解析による手法の再現と性質の検証

MS-RFA 法について、風洞実験から非定常空気力を時間領域での数値計算のみで直接求めることが可能で、また少ない風洞実験ケースで有理関数が得られる点、用いるデータが変位と外力のみと少ない点などのメリットがあるとしている。しかし断面形状・解析に用いる入力値（応答変位波形・空気力波形）の特性・適用時の風速・必要な風速ステップ数などへの依存性について不明な部分が多く、その点が本手法の実用に向けての課題となる。本研究では平板翼断面とトラス断面について手法を適用し、また入力波形の性質や風洞実験再現時の風速を変化させての比較と検証を行った。（グラフ青：理論値，赤：MS-RFA 法による再現値）

結果として、特に平板翼断面については Theodorsen による理論値とも整合し、精度の高い同定が可能であることを確認した。また入力波形の形状について検証を行い MS-RFA 直接法は強制振動法に限らず自由振動の波形でも有理関数を推定可能であることを示すと共に、風速ステップ数と風速の高低が解析結果に与える影響を検証するため解析を行い、本手法は入力値を取得する際の風洞実験の風速によって結果に差が生じることを確認した。

4. 時刻歴応答解析への適用例

前章で MS-RFA 法を適用することで有理関数を求めたトラス断面について、有理関数から導出した非定常空気力係数とバフエッティング空気力を外力としてニューマーク β 法による時刻歴での応答解析を行い、その親和性や信頼性について検証する。結果として過去の実験結果⁵⁾との符合を確認し、フラッター発現近傍の過渡振動状態を確認した。

5. 結論

本研究では仮想した風洞実験のデータに対して MS-RFA 直接法を使用し風洞実験結果として取得した時系列の波形から直接的に非定常空気力係数を近似できることを示し、また適用時の性質について確認した。また時刻歴の応答解析を行い、その適用性を確認することができた。以上を踏まえ今後検討を重ねていくことで、耐風設計の実務における非定常空気力推定手法の一つとして MS-RFA 直接法が利用できる可能性を示した。

参考文献

- 1) 増川淳二, K.Wilde, 藤野陽三, 「橋桁に作用する非定常空気力の有限次数近似モデル」, 土木学会第 49 回年次学術講演会講演概要集 第 1 部(B), 1994
- 2) Bochao Cao, Partha P Sarkar, "Identification of Rational Functions using two-degree-of-freedom model by forced vibration method", 2012
- 3) Nguyen Danh Thang ; "Improvement of time-domain analysis of long-span bridges with Rational function approximation technique", 2007
- 4) 勝地弘, 山田均, 楠原栄樹 ; 「有理関数近似モデル空気力を用いた長大吊橋耐風応答解析法の検討」, 2006
- 5) 内藤将志, 「列車走行安全のためのトラス補剛桁吊橋のオープングレーチング閉塞の可能性調査」, 2016

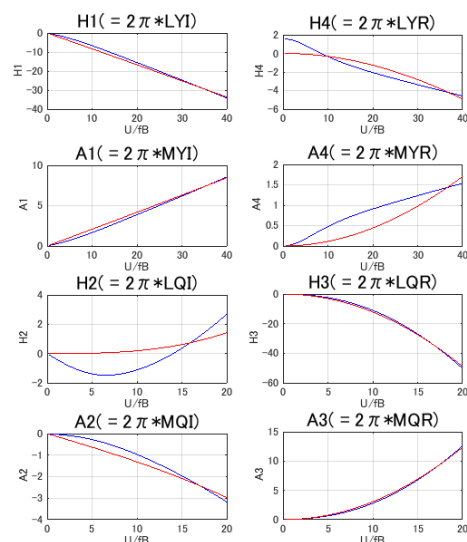


図1 非定常空気力係数の比較(平板翼断面)

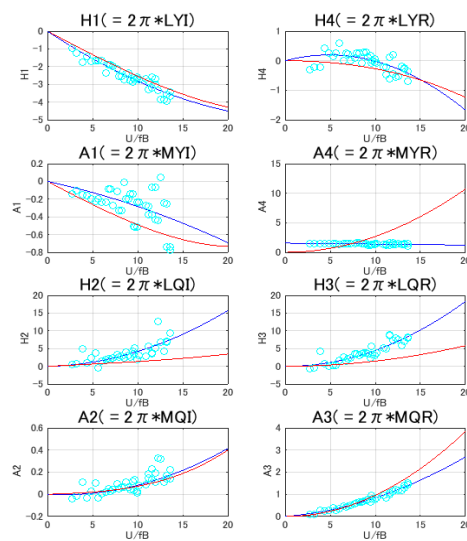


図2 非定常空気力係数の比較(トラス断面)

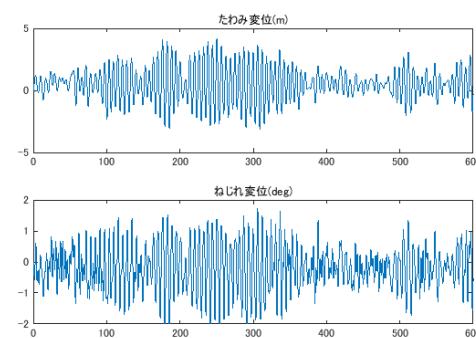


図3 時刻歴応答解析結果(U=100m/s)