

DMD 解析を利用した強制加振中の矩形断面周囲の流れ場に関する研究

京都大学大学院工学研究科 学生会員 ○白 一涵
京都大学大学院工学研究科 賈 鴻源

大阪ガス株式会社(当時京都大学大学院生) 下西 舞
京都大学大学院工学研究科 正会員 白土 博通

1. 序論

矩形断面周囲の流れ場において主流直角水平方向の空気力の空間相関は、接近流の主流直角水平方向の相関より高くなることが知られている。この原因は剥離バブルや渦が矩形断面周囲の流れ場に強く影響を与えたためではないか等の説が提唱されているが、そのメカニズムはまだ解明されていない。

本研究では $B/D = 8.0$ の矩形断面を使用して可視化実験を行い、得られた粒子画像に対して PIV 解析を行うことで、矩形断面周りの流れ場の流速ベクトルを求めた。また、得られた時系列データに対して DMD 解析を行い、静止時の結果^[1]と比較しながら、スパン方向の速度相関上昇のメカニズムを流れ場の観点から考察した。

2. 風洞実験概要及び PIV 解析

室内回流式エッフェル型風洞を用いて桁高 $D = 37.5$ mm, 辺長比 $B/D = 8.0$ の矩形断面模型を対象に流れ場の可視化実験を行った。模型断面を含む平面 (XZ 平面)、模型上側面に平行な水平面 (XY 平面) の 2 種類の平面に対し、加振周波数 $f_0 = 0.5, 1.0$ Hz, 倍振幅 $2\eta_0 = 7.5, 15$ mm の鉛直たわみ強制加振時における流れの可視化実験を行った。気流は一樣流及び格子乱流とし、風速は主流方向平均風速 $U = 1.0$ m/s を設定した。格子乱流の接近流変動風速鉛直成分 w 成分の乱れ強度は約 8.5%, 乱れスケールは約 42 mm である。また、相対迎角の振幅 ($\alpha = \omega \eta / U$, ω :円振動数, η :模型鉛直変位, U :接近風速) を揃えた高無次元風速ケース ($2\eta_0 = 15$ mm, $f_0 = 0.5$ Hz, $U/f_0 D \approx 53.33$) 及び低無次元風速ケース ($2\eta_0 = 7.5$ mm, $f_0 = 1.0$ Hz, $U/f_0 D \approx 26.67$) に対して PIV 解析を施し、考察を行った。尚、以下では主流方向を x , 鉛直上向きを y , スパン方向を z とし、それぞれの風速を u, v, w とする。

3. DMD 解析

(1) 概要

DMD (Dynamic Mode Decomposition) 解析では瞬間場の前後の関係を扱うことで、流れの増幅減衰などの動的情報を周波数毎に抽出することができる。

(2) 数理^{[2][3]}

ある瞬間の流れ場 x'_t に対して線形写像 A を作用させると次の瞬間の流れ場が得られると仮定する。

$$Ax'_t = x'_{t+1} \quad (t = 1, 2, 3, \dots, m) \quad (1)$$

ここで $X_1^m = [x'_1 x'_2 \dots x'_m]$ と定義すると、

$$AX_1^m = A[x'_1 x'_2 \dots x'_m] \approx X_2^{m+1} \in R^{n \times m} \quad (2)$$

となる。この行列 A は画像データのスナップショット数 N で決定され、この A の固有ベクトルが求めたい動的モードである。しかし行列 A は大きな行列であるため計算精度が低く、特異値分解を用いて近似的に固有値及び固有ベクトルを求めた。流れ場は以下のように表される。

$$x'_t = A^{t-1} x'_1 = \sum_{i=1}^r c_i \kappa_i^{t-1} \xi_i \quad (3)$$

κ_i は i 次モードの固有値、 ξ_i は i 次モードの固有ベクトルである。式(3)で時間変するのは κ_i^{t-1} 項のみであるため、 ξ_i の表わす流れは $|\kappa_i| < 1$ では減衰、 $|\kappa_i| > 1$ では増幅し、 $|\kappa_i| \approx 1$ では振幅が一定の流れを表わす。モード次数を決定する際には以下の様に定義した寄与率 c_{midi} を並び替え、大きいものから順に mode 1 (1 次モード), mode 2 (2 次モード) とした。

$$c_{midi} = c_i |\kappa_i|^{\frac{t}{2}} \quad (4)$$

また、複素数であるモードについて

$$\xi_{ij}(t) = |\xi_i| \cos(\omega_i t + (\varphi_{i0} - \varphi_{ij})) \quad (5)$$

で表されるモード形状の時系列変化を用いて考察した。ここで φ_{ij} は要素 j の偏角、 φ_{i0} は基準点の偏角であり、基準点を模型前縁のスパン中央の点 $(x, y) = (0, 0)$ とした。また ω_i はモードの固有値 κ_i の偏角である。

4. DMD を用いた流れ場解析

(1) XZ 平面

XZ 平面では流れが模型前縁で剥離し、模型表面に

DMD 解析, 再付着, 蛇行, 相関距離

〒615-8540 京都市西京区京都大学桂 Tel: 075-383-3170 Fax: 075-383-3168

再付着する特徴的な流れを捉えることができる。乱流高無次元風速ケースを例として、再付着を示すモード図を Fig. 1 に示す。この図から、模型前縁で放出された流れが主流方向 40 ~ 60 mm で渦を巻き、この渦により巻き込まれた流れが主流方向 80 mm 付近で模型表面に再付着する様子が確認できた。また、このような流れのパターンがどの気流状態においても確認できた。尚、XZ 平面で抽出したこの特徴的なモードを示した周波数に着目し、XY 平面を考察した。

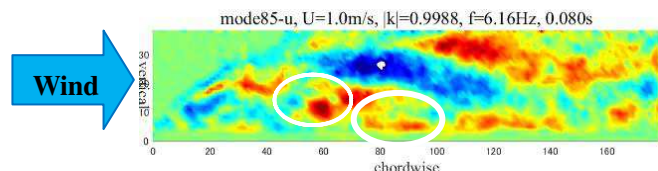


Fig. 1 DMD モード時系列変化図 (XZ 平面, 乱流)

(2) XY 平面

XZ 平面で再付着を示す周波数及び加振周波数に着目し、模型前縁のスパン中央 $(x, y) = (0, 0)$ を基準点として平面内各点におけるモード変化との位相差を求めた後に、模型表面からの高さ $h = 6, 5, 4, 3, 2$ mm の 5 平面を区切って流れの特徴を検討した。

Fig. 2 に示すように、再付着を示す周波数においては流れが蛇行しながら再付着し、位相もスパン方向に蛇行な形で揃う様子が確認できた。また、多数のケースにおいて、 u 成分で蛇行を示すモードに対応する v 成分では、蛇行の位置と合致する箇所での渦の存在が確認できた。この渦により、スパン方向への輸送力を生み出し、相関を高めると考えられる。また、このような蛇行モードが高無次元風速ケースにおいて一番多く現れたことが確認できた。

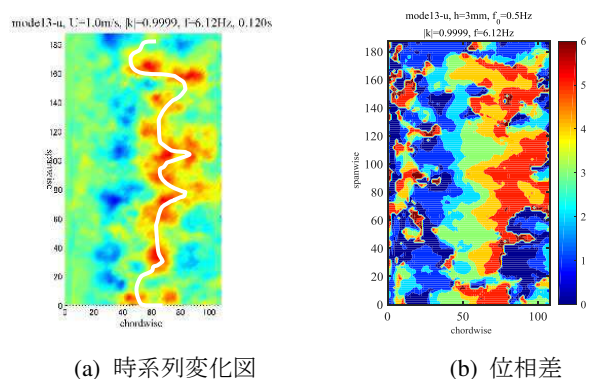


Fig. 2 再付着を示す周波数 (乱流, 高無次元風速, u)

Fig. 3 に示すように、加振周波数に近いモードにおいては、変動及び位相がスパン方向に一樣に揃う様子が確認できた。これは加振によって流れの変動が強

制的に揃えられ、スパン方向の相関が高まると考えられる。また、加振状態においては加振周波数のモードがほぼ全ケースにおいて、流れ場に与える影響が大きい 1 次モードで現れることが確認できた。

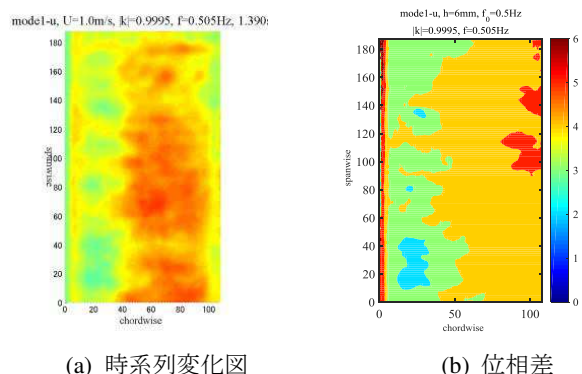


Fig. 3 加振周波数 (乱流, 高無次元風速, u 成分)

また、以下のように定義した相関距離を計算した。

$$L_y = \int_0^\infty \frac{1}{\sigma^2 T} \int_0^T u(t, y) u(t, y + \Delta y) dt d\Delta y \quad (6)$$

ここで $u(t, y)$ は基準点 (スパン中央), Δy はスパン方向の両点の距離である。結果として、加振ケースは静止ケースより相関が高い傾向が現れた。また、 $h = 6, 4$ mm の平面においては、蛇行を示すモードの数が少ないものの、相関距離が高いことが確認できた。これによって、相関上昇の原因は、蛇行モードよりは、加振により流れ場が強制的に揃えられる作用が大きいのではないかと判断できる。ただし、蛇行モードが表れる頻度がより高い高無次元風速ケースではより相関が高まる傾向があるため、蛇行モードも相関上昇に寄与していると考えられる。

5. 結論

XY 平面で確認された特徴的な流れは、変動と位相がスパン方向に同じ形で揃い、相関上昇に寄与していると考えられ、相関上昇に支配的な流れパターンは加振により流れ場が揃えられる作用と考えられる。また、再付着を示す周波数で確認できた蛇行モードもスパン方向への輸送力を生み出したため、加振の影響ほど支配的ではないものの、スパン方向の相関上昇に寄与していると考えられる。

参考文献

- [1] 塚前伊久磨:DMD を用いた矩形断面周りの流れ場解析, 京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻修士論文, 2017
- [2] P. J. Schmid: "Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data", J. Fluid Mech., 656, pp.5-28, 2010
- [3] 平邦彦: 固有直交分解による流体解析: 2. 応用, ながれ, 30, pp.263-271, 2011