

MPS 法を用いたき裂面の滑動を考慮した 非線形超音波シミュレーション

○群馬大学大学院理工学府 学生会員 野口豪気
群馬大学大学院理工学府 正会員 斎藤隆泰

1. はじめに

近年, 高調波や分調波を含んだ非線形超音波を用いて欠陥を検出する非線形超音波法¹⁾と呼ばれる新たな超音波非破壊評価手法が注目を集めている. 境界要素法を用いた解析により, 高調波の発生メカニズムは, 概ね明らかにされてきた²⁾. 一方で, 分調波は未知の部分が多く, 発生機構の解明には, 様々なモデル化やパラメータの設定が必要となる. 境界要素法による解析は, 高精度ではあるが, 計算負荷が大きいため, 様々な状況をトライアルすることは難しい. そこで, 本研究では, 計算負荷が小さく, 尚且つ, き裂面の複雑な挙動をシンプルに追跡できる可能性がある粒子法に着目した. 先行研究³⁾では, 粒子法の一つである MPS 法⁴⁾を用いて, き裂粒子間の相互作用を変化させるき裂開閉口モデルを導入し, 高調波の励起シミュレーションを行い, 粒子法の非線形超音波シミュレーションに対する有効性を確認した. 本研究では, 前論文を拡張し, き裂面の摩擦を伴うき裂滑動モデルを導入した高調波の励起シミュレーションを行う. 定式化を示した後, 数値解析例を示すことで, 本手法の有効性等について検討する.

2. MPS 法

粒子 i と近傍粒子 j との間で粒子間相互作用モデルを考える. gradient, divergence, Laplacian モデルをそれぞれ以下のように定義し, これらをベクトル微分演算子と等価なものとする.

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n_0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{(\phi_j - \phi_i)(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j^0 - \mathbf{r}_i^0| |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right] \quad (1)$$

$$\langle \nabla \cdot \psi \rangle_i = \frac{d}{n_0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{(\psi_j + \psi_i)}{|\mathbf{r}_j^0 - \mathbf{r}_i^0|} \cdot \frac{(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right] \quad (2)$$

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{n_0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{(\phi_j - \phi_i)}{|\mathbf{r}_j^0 - \mathbf{r}_i^0|^2} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right] \quad (3)$$

ここで, w は重み関数, n_0 は初期粒子数密度, d は空間次元数である. また, $\mathbf{r}_i$ と $\mathbf{r}_j$ はそれぞれ粒子 i と粒子 j の位置ベクトルを示し, 上添え字の 0 は初期値を示す. ϕ や ψ はそれぞれスカラー変数, ベクトル変数を示す. なお, MPS 法の詳細は, 例えば文献⁴⁾等を参照されたい.

3. MPS 法による 2 次元等方性弾性波動問題の定式化

物体の変位ベクトルを $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$, 応力テンソルを $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)$, ひずみテンソルを $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t)$ とし, 物体力を無視すれば, 時刻 t において線形弾性体は, 以下の支配方程式を満足する.

$$\rho \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t) \quad (5)$$

ここで, ρ は密度, $\mathbf{C}$ は弾性定数, $(\dot{})$ は時間微分である. 式 (5) を式 (4) に代入し, 変形に回転成分が含まれないことを考慮すると, 次の運動方程式を得る.

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = C_{13} \nabla \cdot ((\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I}) + 2C_{55} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (6)$$

$\partial \mathbf{v} / \partial t$ は加速度であり, $\mathbf{I}$ は単位ベクトルである. 式 (6) のベクトル微分演算子に, 式 (1)-(3) の粒子間相互作用モデルを適用することで, 式 (6) の左辺の加速度を計算することができる. 得られた粒子 i の粒子加速度 $\partial \mathbf{v}_i / \partial t$ を用いれば, 第 $k+1$ ステップにおける粒子 i の粒子速度 $\mathbf{v}_i^{k+1}$ と粒子位置 $\mathbf{r}_i^{k+1}$ は, それぞれ次のように更新することができる.

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \mathbf{v}_i^k + \Delta t \left(\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} \right) \quad (7)$$

$$\mathbf{r}_i^{k+1} = \mathbf{r}_i^k + \Delta t \mathbf{v}_i^{k+1} \quad (8)$$

ただし, Δt は時間増分である.

4. き裂面の摩擦を伴うき裂滑動モデル

本研究では, 2 次元面内波動場におけるき裂面の摩擦を伴うき裂滑動のみを対象とするため, き裂面における接触状態は, stick 状態と slip 状態の 2 つの状態を考える. stick 状態とは, き裂面が接触し, 固着している状態であり, slip 状態とは, き裂面が接触し, 滑動している状態である. タイムステップごとにき裂面状態を遷移条件により判定し, き裂面状態に応じて, き裂を表す粒子において, 摩擦力による粒子位置の修正を行う. 摩擦力の評価には, クーロン摩擦を使用する.

(1) き裂面状態の遷移条件

き裂面状態の遷移条件を以下に示す.

$$\begin{cases} |[\mathbf{F}_s]_i| \geq \mu_s |[\mathbf{F}_n]_i| & \text{stick} \rightarrow \text{slip} \\ \dot{\mathbf{u}}_{ij} \cdot \mathbf{s}_i = 0 & \text{slip} \rightarrow \text{stick} \end{cases} \quad (9)$$

ここで, $[\mathbf{F}_s]_i$, $[\mathbf{F}_n]_i$ はそれぞれ粒子 i に働く摩擦力, 粒子 i のき裂面に対する鉛直方向反力である. μ_s は粒子間静止摩擦係数, $\mathbf{u}_{ij}$ は粒子 i と粒子 j の相対速度ベクトル, $\mathbf{s}_i$ は粒子 i のせん断方向単位ベクトルを示す.

(2) クーロン摩擦

き裂面状態に応じて以下の摩擦力を粒子 i に与える.

$$[\mathbf{F}_s]_i = -[\mathbf{F}_s]_j = \begin{cases} k_s(\delta \mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{s}_i) \mathbf{s}_i & \text{for stick} \\ \mu_k |[\mathbf{F}_n]_i| \mathbf{s}_i & \text{for slip} \end{cases} \quad (10)$$

ここで, k_s はせん断方向バネ定数, μ_k は粒子間動摩擦係数である. stick 状態に遷移した最初のタイムステップでの $\mathbf{r}_{ij}$ を $\mathbf{r}_{ij}^c$ とすると, $\delta \mathbf{r}_{ij}$ は, 粒子 i と粒子 j の相対座標の変位であり, $\delta \mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_{ij} - \mathbf{r}_{ij}^c$ で表される.

5. き裂滑動を考慮した非線形超音波シミュレーション

き裂面の滑動を考慮した非線形超音波シミュレーションの結果を示す. 解析対象の材料は, 等方性鋼材とし, 密度は $\rho=7850(\text{kg/m}^3)$, 弾性定数はそれぞれ $C_{13}=121.1$, $C_{55}=80.8$ (単位は GPa) で与えた. 解析モデルの形状寸法は, 図1のような長方形領域 $50\text{mm} \times 100\text{mm}$ とした. また, き裂中心は底面中央から高さ 37.5mm の位置に設置し, き裂の長さは 2mm とした. 入射波は, 解析モデルの上面全粒子に, 次のように与えた.

$$\begin{aligned} u_1^{\text{in}} &= -u_0 \sin 2\pi\alpha \\ \alpha &= \begin{cases} \frac{n\Delta t}{T} & \text{for } (0 \leq \alpha \leq 5) \\ 0 & \text{for } (\text{otherwise}) \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

ここで, n はステップ数, u_0 は変位振幅, T は周期である. ただし, 実際の解析では, 変位振幅 $u_0 = 10.0 \times 10^{-9}(\text{m})$, 周期 $T = 5.0 \times 10^{-7}(\text{s})$ (中心周波数 2MHz に相当) としている.

入射波を与えた場合の図1のA点で観測される透過波 u_1 の時刻歴波形を図2に示す. 比較のため, き裂が存在しない場合の結果も実線で示してある. 図3より, き裂が存在する場合は, き裂が存在しない場合と比較し, 波形が歪んでいることが見て取れる. 一方, 図3は図2におけるそれぞれの波形のフーリエスペクトルを示している. ただし, 縦軸は 2MHz のピーク値で正規化していることに注意されたい. いずれの場合においても, 入射波の中心周波数である 2MHz において, スペクトルのピークが卓越していることがわかる. また, き裂が存在しない場合では, その他の周波数成分の割合はピーク値である 2MHz を境になだらかに減少する. 一方で, き裂を考慮した場合は, 入射超音波の中心周波数 2MHz の3倍, 5倍に対応する 6MHz , 10MHz においてピークを確認することができ, 奇数次高調波が発生していることがわかる. これらの傾向から等方性鋼材に対

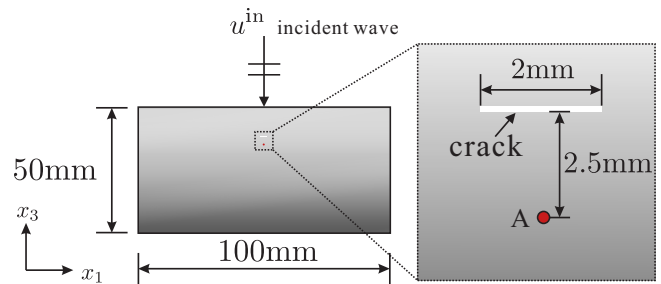


図1 非線形超音波シミュレーションの解析モデル.

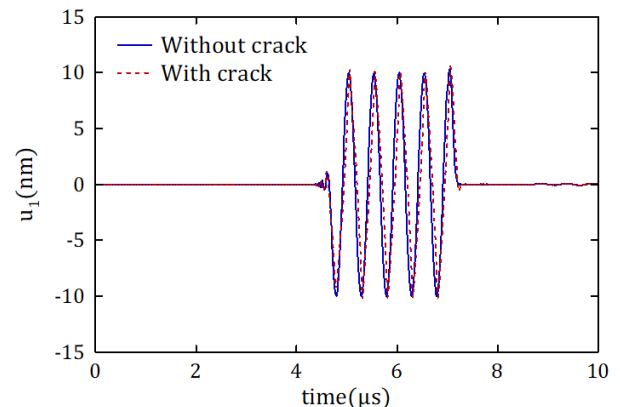


図2 A点での透過波 u_1 の時刻歴波形.

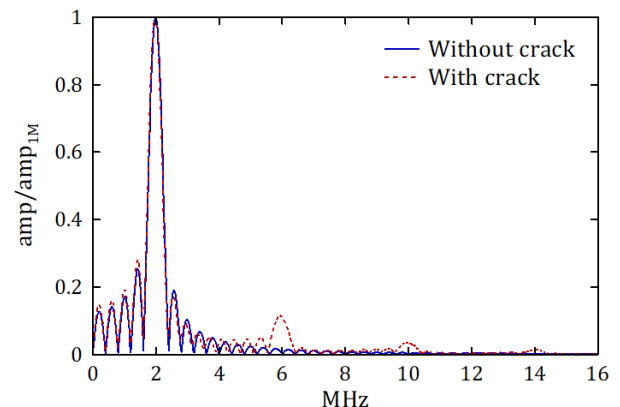


図3 A点での透過波 u_1 のフーリエスペクトル

して, MPS 法を用いた奇数次高調波に対する非線形超音波シミュレーションの適用が可能であると考えられる.

6. まとめと今後の課題

MPS 法を用いたき裂面の滑動を考慮した非線形超音波シミュレーションを行った. 既往の研究と同様にき裂面の滑動を考慮した場合は, 奇数次高調波のみ発生することを確認した. 今後は, 分調波シミュレーションについて取り組む予定である.

参考文献

- 1) 非破壊検査, 検査と材料評価, 特集 非線形超音波法による非破壊検査・評価 V, Vol.64, No.12, 社) 日本非破壊検査協会 (2015)
- 2) 斎藤隆泰・古田雄輔・廣瀬壮一・中畑和之: 2 次元動弾性時間領域境界要素法を用いた非線形超音波法における高調波の励起シミュレーション, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.64, No.2, pp.161-169, (2011)
- 3) 野口豪気・斎藤隆泰: MPS 法を用いた非線形超音波法における高調波の励起シミュレーション, 計算数理工学論文集, Vol.17, pp.13-18, (2017)
- 4) 越塚誠一: 粒子法 計算力学レクチャーシリーズ 5, 丸善株式会社, (2005)