

時間領域のモード解析とその適用 — 自由振動記録による構造物の動的特性 —

(株) バイブラントシステム開発 正会員 ○安藤幸治
首都大学東京名誉教授 フェロー会員 岩楯敏広

1. はじめに

自由振動記録は、RC 構造物、道路橋、ケーブル、機械系構造物などの健全度の評価や動的特性の検討を目的に使用されることが多い。本稿では打撃加振試験等による自由振動記録を使用した構造物の動的特性の同定解析手法について述べていく。動的特性で特に問題になるのは減衰定数であるが、自由振動の場合は、通常、後述のように対応する運動方程式の解が固有値の指数関数で表されるので振幅の対数値を使用して線形的に最小二乗法により対数減衰率を求め検討される。しかし、最小二乗法は誤差分布が正規分布に従うことが前提であり、非線形量の対数値に対する同法の適用は理論に反する。本稿で提案する解析手法では減衰定数は非線形パラメータとして処理される。

2. 時間領域のモード解析

時間領域のモード解析は自由振動記録を使用して対象系が次の運動方程式に従うことを条件に系のモード定数（固有値と固有ベクトル）を求め、動的特性を明らかにすることを目的とする。

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = 0 \quad (1)$$

ここに、 M 、 C 及び K は、それぞれ質量、減衰、剛性の各行列であり、 $x(t)$ は変位である。

モード定数は最小二乗法に従って式(1)の解（回帰式）と観測値間の誤差を評価して求められる。以下では式(1)の解として次の加速度 $\ddot{x}(t)$ を使用する。

$$\ddot{x}(t) = 2 \text{Real} \left[\sum_{r=1}^N \alpha_r \lambda_r^2 e^{\lambda_r t} \mathbf{u}_r \right] \quad (2)$$

ここに、 λ_r 、 \mathbf{u}_r はそれぞれ第 r 次の固有値、固有ベクトルであり、 N は系の自由度である。固有値 λ_r は固有周波数 f_r および減衰定数 h_r とは次の関係にある。

$$\lambda_r = -2\pi f_r h_r + i2\pi f_r \sqrt{1 - h_r^2} \quad (3)$$

時間領域のモード解析には次のような特徴がある。

- ①振動系の M 、 C 及び K の情報は不要であり、②刺激係数の大きいモードから求められ、③固有値は非線形

最小二乗法に従って計算を行うが収束性に優れている。

3. 時間領域のモード解析の適用

斜張橋ケーブルの自由振動とステンレス鋼板のインパルス応答の各記録に対する適用例を紹介する。

3.1 斜張橋ケーブルの自由振動記録

ケーブルの記録を図1に示す。記録は人力により与えられた初期変位に対する応答である。解析では40.96秒間の記録を使用して14個のモードが求められた。その内の9個の固有周波数 f_r 及び減衰定数 h_r を表1に示す。式(2)の加速度波形と記録との比較図及び周波数領域でのモード和と記録のフーリエスペクトルとの比較図は図2、3のようになる。低次の主要モードを含めピーク周波数をよく捉え、結果は良好である。

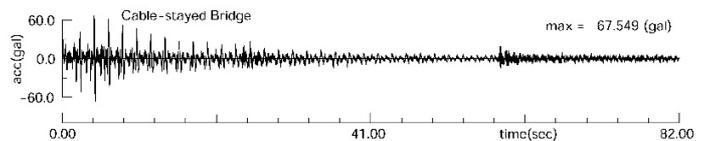


図1 加速度記録

表1 固有周波数 f_r 及び減衰定数 h_r

| No. | f_r (Hz) | h_r (%) |
|-----|------------|-----------|
| 1 | 0.560 | 0.50 |
| 2 | 1.058 | 0.29 |
| 3 | 1.589 | 0.34 |
| 4 | 2.120 | 0.18 |
| 5 | 2.651 | 0.81 |
| 6 | 3.168 | 0.75 |
| 7 | 3.717 | 0.33 |
| 8 | 4.238 | 0.33 |
| 9 | 4.774 | 0.21 |

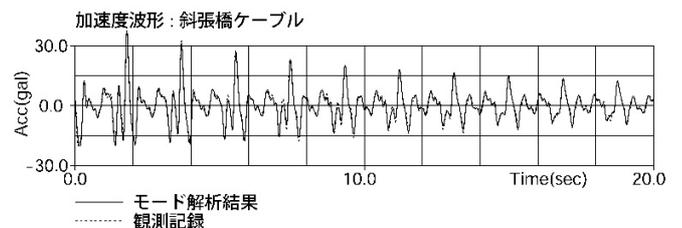


図2 モード和と加速度記録の比較図

キーワード：時間領域のモード解析，動的特性の同定，自由振動，打撃加振，最小二乗法

連絡先：〒207-0014 東京都東大和市南街5-39-16 tel:042-507-2731 E-mail:ando@vsdc.co.jp

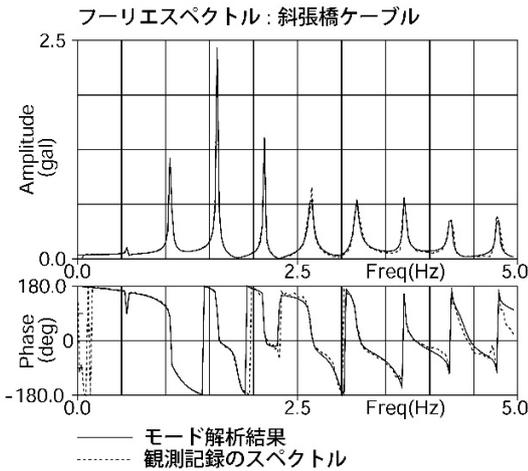


図3 モード和とフーリエスペクトルの比較図

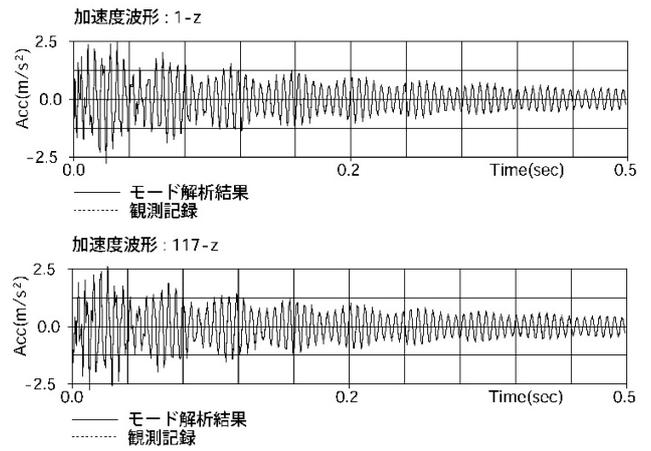


図5 モード和と加速度記録の比較図

3.2 インパルス応答記録

解析で使用した記録は長辺 30cm, 短辺 20cm, 厚さ 0.3cm の長方形ステンレス鋼板を対象としたハンマによる振動試験記録である。図4にその記録(加速度記録)を示す。解析ではハンマによる加振力の影響が無くなった 0.12 秒後の 1 秒間(1024 個)を対象とした。解析より求められた固有周波数 f_r 及び減衰定数 h_r を表2に示す。同表に示した通常的时间領域のモード解析結果^{1) 2)}(外力に対する応答を対象)に比較してほぼ同値である。2点間のモードの位相差も同様である。

解析より求められた 4 個のモードによる式(2)の加速度波形と記録との比較図及び周波数領域でのモード和と記録のフーリエスペクトルとの比較図を図5,6に示す。これら比較図より解析結果は妥当であると判断される。

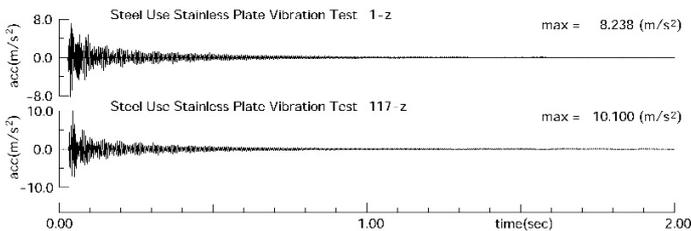


図4 加速度記録

表2 固有周波数 f_r 及び減衰定数 h_r

| No. | 本解析結果 | | 通常の解析結果 | |
|-----|------------|-----------|------------|-----------|
| | f_r (Hz) | h_r (%) | f_r (Hz) | h_r (%) |
| 1 | 146.80 | 0.29 | 146.80 | 0.31 |
| 2 | 164.48 | 0.53 | 164.34 | 0.65 |
| 3 | 342.31 | 0.73 | 342.12 | 0.71 |
| 4 | 378.55 | 1.28 | 377.27 | 1.19 |

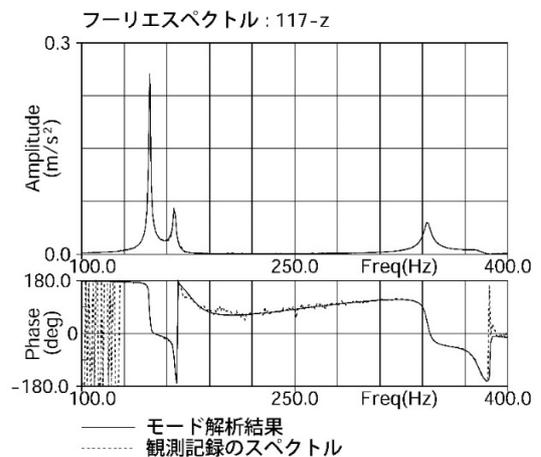


図6 モード和とフーリエスペクトルの比較図

4. おわりに

自由振動記録に対する時間領域のモード解析より良好な結果が得られた。今後、道路橋や風力発電機等に見られる不特定の衝撃による自由振動記録も解析可能であり、適用範囲を広げていきたいと考えている。

ここに提案した解析手法は最小二乗法に基づいているが、同法に従って、データに対して対数値を取るような非線形処理を行い、非線形パラメータを線形パラメータに変えて解析をした場合は本来の結果は得られない。観測記録を使用する機会が多いこの分野では最小二乗法の適用については特に注意しなければならないと考える。

参考文献

- 1)安藤幸治・岩楯徹広：時間領域のモード解析による振動系の動的特性の同定とその適用, 土木学会論文集, No.450/ I -20, pp.151~160, 1992
- 2) 安藤幸治, 岩楯徹広, 小田義也：数値モデル同定解析手法とその適用, 機械学会年次大会, 2011.9