

時間域高速多重極境界要素法による音場解析の大規模化のための並列化手法の構築

中央大学大学院 学生員 ○高木 貴弘
 京都大学大学院 正会員 吉川 仁
 名古屋大学大学院 非会員 高橋 徹
 中央大学 正会員 樫山 和男

1. はじめに

近年のコンピュータの性能の向上に伴い、都市空間の騒音の評価には波動音響理論に基づく数値シミュレーションが広く用いられている。著者らはこれまでに波動音響理論に基づく境界要素法による道路交通騒音の数値解析に対して高速多重極法および共有メモリ型並列計算機を用いた OpenMP 並列を行い、その可聴化を行ってきた¹⁾。しかし、実現象レベルの騒音の可聴化を行うためにはより高周波成分を解析可能な微細なメッシュを用いる必要がある。

そこで本研究では、より大規模な並列計算を行うため高速多重極境界要素法による音場解析に対して、共有分散メモリ型並列計算機を用いた MPI 並列²⁾ および MPI-OpenMP ハイブリッド並列のプログラムの開発を行った。そして、単純な 3 次元非定常の音場解析を例として、本手法の妥当性の検証を行った。

2. 時間域境界要素法による初期値・境界値問題

本研究で扱う非定常波動散乱問題は次の示す通りである。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_i}(x, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) = 0 \quad \text{in } D, \quad (1)$$

$$u(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0 \quad \text{on } S, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(x, t) = \bar{q}(x, t) \quad \text{on } S, \quad (3)$$

$$u(x, t) = u_{\text{in}}(x, t), \quad |x| \rightarrow \infty, t > 0, \quad (4)$$

ここに、 D, S は領域とその境界を表し、 u は音圧、 c は波速、 $\bar{q}$ は既知関数、 n は領域から外向きの単位法線ベクトルである。式 (1) に対応する境界積分方程式は次式で得られる。

$$\frac{1}{2}u(x, t) = u_{\text{in}}(x, t) + \int_0^t \int_S \Gamma(x - y, t - s) \bar{q}(y, s) dS ds - \int_0^t \int_S \frac{\partial \Gamma}{\partial n}(x - y, t - s) u(y, s) dS ds \quad \text{for } x \in S, \quad (5)$$

ここに、 Γ は、3 次元波動方程式の基本解である。空間を区分一定要素時間を区分線形補間で離散化し、数値的に境界上の u を求める。

また、式 (5) により得られた境界上の u を用いて、領域内部の任意の点 x での音圧 u を次式により求める。

$$u(x, t) = u_{\text{in}}(x, t) + \int_0^t \int_S \Gamma(x - y, t - s) \bar{q}(y, s) dS ds - \int_0^t \int_S \frac{\partial \Gamma}{\partial n}(x - y, t - s) u(y, s) dS ds \quad \text{in } D. \quad (6)$$

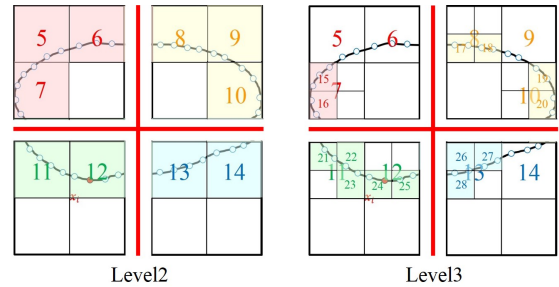


図-1 高速多重極法におけるセルベースの MPI 並列化 (4 並列)

3. 高速多重極法およびその並列化

(1) 高速多重極法におけるセル分割

本研究では計算負荷を削減するために高速多重極法を用いる。次項で述べる並列化手法に先立ち、高速多重極法におけるセル分割について説明する。高速多重極法では”セル”と呼ばれる境界要素を含む立方体を作る。まずはじめに、”Level 0 のセル”とよばれるすべての境界要素を含むセルを作る。次に、”Level 0 のセル”を八分木 (2 次元領域では四分木) に分割したセルを”Level 1 のセル”と呼ぶ。再分割を行った際は生成されたセルを分割された回数 n に合わせて”Level n のセル”と呼ぶ。

また、本研究では多重極展開の手法としては、高橋の補間に基づく時間域高速多重極法を用いる³⁾。

(2) MPI 並列

高速多重極境界要素法の計算において、Level 2 のセルに関して図-1のように領域分割を行い、担当セルを均等にプロセスに割り当てる。Level 3 以降のセルに関しては、担当するセルを再分割して生まれたセルを担当する。それぞれのプロセスが割り当てられたセルおよびその中に含まれる境界節点に関する計算のみを行うことで、計算メモリの削減および計算時間の短縮をはかることができる。

(3) MPI-OpenMP ハイブリッド並列

本研究ではメモリ確保のため、共有分散メモリ型並列計算機を用いて MPI 並列を行う場合、1 プロセスで 1 ノードを占有して並列計算を行う。しかし、共有分散メモリ型並列計算機は 1 ノードに複数の CPU コアが存在するため、確保しているコア数分の速さで計算することができない。また、Level 2 のセル単位でプロセスの割り当てを行っているためその数を超える並列が出来ない。このような高速多重極法における MPI の短所を克服するために、MPI-OpenMP ハイブリッド並列を実行する。

なお、本論文では影響係数の作成・記憶を行う操作についてはメモリ削減のため OpenMP による並列化は行わず、

KeyWords: 境界要素法, 音響, 高速多重極法, MPI 並列

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 TEL. 03-3817-1815 Email: t.takagi@civil.chuo-u.ac.jp

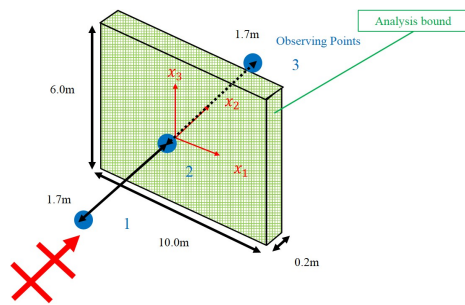


図-2 解析モデル

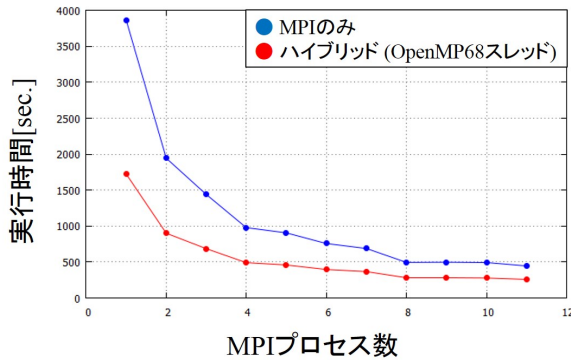


図-3 プロセス数と実行時間の関係

影響係数と境界値の積演算および遠方の計算の部分にのみ OpenMP 並列化を行った。

4. 数値解析例

高速多重極境界要素法に対する MPI および MPI-OpenMP のハイブリッドによる並列化の妥当性の検証として、図-2に示す直方体の散乱体を持つ無限領域を考える。境界の離散化には、一辺の最大空間離散化幅を 0.17 m とする三角形要素を用い、総要素数を 10592 とし、時間離散化幅を 0.50 ms、時間 step 数を 30 とする。また、境界条件は完全反射 $\bar{q} = 0$ を仮定する。また、入射波として以下に示す平面波を与える。

$$u_{in}(x, t) = 1 - \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x \cdot d}{c} \right), \quad t > 0. \quad (7)$$

ここに、周期 $T = 5.0$ ms、波速 $c = 340.0$ m/s、 $d = (0.0, 1.0, 0.0)$ 、 x を観測点の座標として解析を行った。このとき、プログラム実行時に決定されるセルの最大レベルは 3、Level 2 のセル数は 32、総セル数は 105 であった。また、共有分散メモリ型並列計算機は京都大学スーパーコンピュータ (Cray XC40) を用いた。1 ノードあたり 68 の CPU コアが使用可能であり、ハイブリッドで並列化を行った際の OpenMP のスレッド数は 68 とした。

図-3に、MPI のみで並列化を行った場合と MPI-OpenMP のハイブリッドで並列化を行った場合のプロセス数と計算時間の関係を示す。図よりどのプロセス数においても MPI のみで並列からハイブリッド並列に変更したことにより計算時間が短縮されていることが確認できる。以上より、本手法の妥当性が確認できる。

図-4に、プロセス数と MPI に対する並列化効率の関係を示す。図より MPI のみ、ハイブリッドいずれの場合もプロセス数が増えるごとに並列化効率が減少する傾向にある

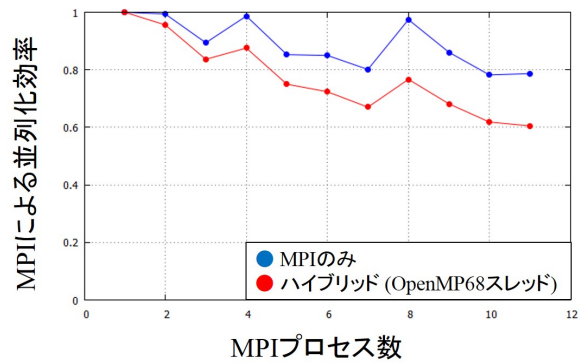


図-4 プロセス数と MPI による並列化効率の関係

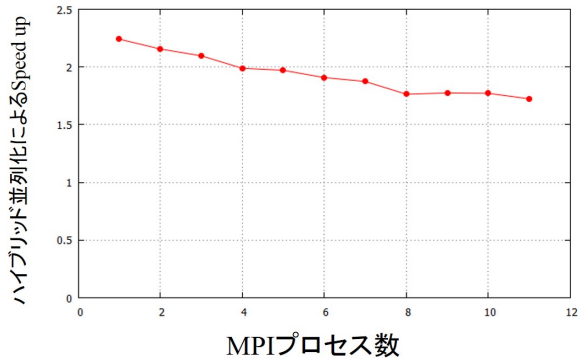


図-5 各プロセス数におけるハイブリッド並列化による Speed up

ことが確認できる。また、MPI のみで並列化を行った場合よりもハイブリッドで並列化を行った場合のほうが 1 プロセスで使用する CPU コア数が多くなるため、MPI による並列化効率が低下していることが確認できる。

図-5に、各プロセス数における MPI のみの並列をハイブリッド並列に変更した際の Speed up を示す。68 スレッドを用いて OpenMP 並列を行ったため 68 倍の speed up が期待されたが、図よりどのプロセス数においても 2 倍程度の Speed up となっていることが確認できた。Speed up が 2 倍程度にとどまった理由として計算の大部分を占める影響係数の作成・記憶の部分の OpenMP 化が行えていないことが挙げられ、その改善が今後の課題である。

5. おわりに

本報告では、高速多重極境界要素法による音場解析に対して MPI および MPI-OpenMP のハイブリッドによる並列手法の開発を行い、妥当性および MPI による並列化効率、ハイブリッド並列化による Speed up の確認を行った。

今後の課題として、本手法の大規模非定常音場問題への適用が挙げられる。

参考文献

- 岡村理一郎, 吉川仁, 高橋徹, 高木貴弘, 櫻山和男: 安定化手法を用いた時間域多重極境界要素法に基づく道路交通騒音解析とその可聴化システム, 応用力学論文集, 土木学会, Vol.19, 2016.
- 櫻山和男, 西村直志, 牛島省: 並列化計算入門, 日本計算工学会, 丸善, 2003
- T. Takahashi: An interpolation-based fast-multipole accelerated boundary integral equation method for the three-dimensional wave equation, Journal of Computational Physics, Vol.258, pp.809-832, 2014.